

数字逻辑电路 & 实验

经12-计18 张诗颖 2021011056

逻辑代数基础

1. 数制

一个进位计数包含两个基本因素：基数、位权

- 基数：数制中数码的个数，如基数为 R 的数制（ R 进制）包含 $0 \sim R - 1$ 的数码
- 位权： R 进制中处于不同位数的数码代表的权值

R 进制数 N 的表示方法（其中 K_i 表示不同数位的数码）

- 并列表示： $(N)_R = (K_{n-1}K_{n-2} \dots K_1K_0K_{-1}K_{-2} \dots K_{-m})_R$
- 多项式标识方式： $(N)_R = (\sum_{i=-m}^{n-1} K_i \times R^i)_R$

常用的数制转换

- $2^{15} = 32,768$; $2^{16} = 65,536$; $2^{31} = 2,147,483,648$

2. 码制

- 十进制数的二进制编码

8421码（BCD码 / binary-code-decimal）：有权码

5421码、2421码

余3码（无权码）：8421BCD码+0011，当两个十进制数的和是9时，相应的余3码的和正好是15，可以自动产生进位信号；但对其它“和”需要进行修正（如两个余3码相加没有进位，则和数要减3，否则和数要加3）

例如： $\overset{1}{0}100 + \overset{3}{0}110 = \overset{4}{0}111$ $\overset{5}{1}000 + \overset{6}{1}001 = \overset{11}{1}0100$

$$\begin{array}{r} 0100 \\ +) 0110 \\ \hline 1010 \\ -) 0011 \\ \hline 0111 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1000 \\ +) 1001 \\ \hline 10001 \\ +) 0011 \\ \hline 10100 \end{array}$$

- 格雷码（无权码）：任何相邻的十进制数的格雷码仅有一位不同

十进制数	8421码	格雷码1	格雷码2	典型格雷码	修改格雷码
0	0000	0000	0000	0000	0010
1	0001	0001	0001	0001	0110
2	0010	0011	0011	0011	0111
3	0011	0010	0010	0010	0101
4	0100	0110	0110	0110	0100
5	0101	1110	0111	0111	1100
6	0110	1010	0101	0101	1101
7	0111	1011	0100	0100	1111
8	1000	1001	1100	1100	1110
9	1001	1000	1000	1101	1010

典型格雷码编码规则： $G_i = B_{i+1} \oplus B_i$

- 七位ASCII编码：高三位区分，低四位编码

3. 常用逻辑门

符号名称	国标符号	常用符号	国际流行符号	IEEE逻辑符号
与非门				
或非门				
异或门				
同或门				

4. 逻辑代数化简

- 最小项表示

应用举例： $n=3$ 时8个最小项为（C为高位，A低位）

$$m_0 = \overline{A}\overline{B}\overline{C} \quad m_1 = \overline{A}\overline{B}C \quad m_2 = \overline{A}B\overline{C} \quad m_3 = \overline{A}BC$$

$$m_4 = A\overline{B}\overline{C} \quad m_5 = A\overline{B}C \quad m_6 = AB\overline{C} \quad m_7 = ABC$$

- 最大项表示

例如： $n=3$ 的最大项为

$$M_0 = A + B + C \quad M_1 = \overline{A} + B + C$$

$$M_2 = A + \overline{B} + C \quad M_3 = \overline{A} + \overline{B} + C$$

$$M_4 = A + B + \overline{C} \quad M_5 = \overline{A} + B + \overline{C}$$

$$M_6 = A + \overline{B} + \overline{C} \quad M_7 = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$$

- 最大项与最小项的关系

对于所有的 i , 相同 i 的最大项与最小项**互补**: $M_i = \overline{m_i}$, $m_i = \overline{M_i}$

对于所有的 i , m_i 和 M_i 互为**反函数** (反演规则下, 函数 F 的反函数记作 $\overline{F}$)

对于所有的 i , m_i 和 M_{2^n-1-i} 互为**对偶式** (对偶规则: 当某个逻辑恒等式成立时, 则该恒等式两侧的对偶式也相等); F 的对偶式记作 F'

——或与表达式和与或表达式的转换: 求两次对偶 (注意! 求对偶式的时候变量不用取反!)

- 逻辑代数化简、卡诺图化简、Q-M表格法化简

吸收律: $A + \overline{A}B = A + B$

包含律: $AB + \overline{A}C + BC = AB + \overline{A}C$,

$(A + B)(\overline{A} + C)(B + C) = (A + B)(\overline{A} + C)$

1 组合逻辑电路 - 与非门

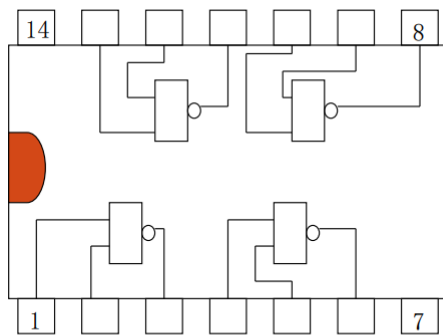
1. 实际的与非门器件

74LS00、74LS30 (芯片 / 小规模集成电路)

54开头的表示军用, $-45^\circ\text{C} \sim 105^\circ\text{C}$, 74开头的表示民用, $0^\circ\text{C} \sim 45^\circ\text{C}$

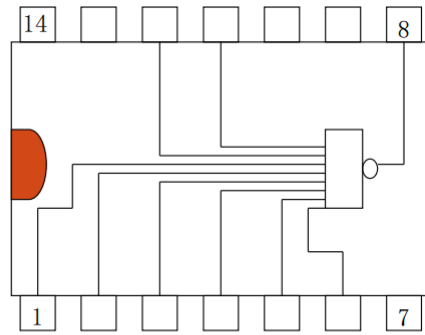
LS表示TTL

74LS138: 三个使能端的3-8译码器



74LS00

2输入4与非门



74LS30

8输入与非门

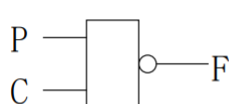
DIP管脚: 18个管脚

PGA (74163): 16个管脚

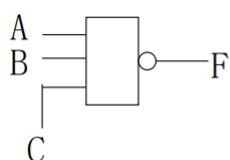
其它: BGA, PLCC, QFP

2. 与非门的应用

1. 与非门实现**封锁电路** (由C控制)

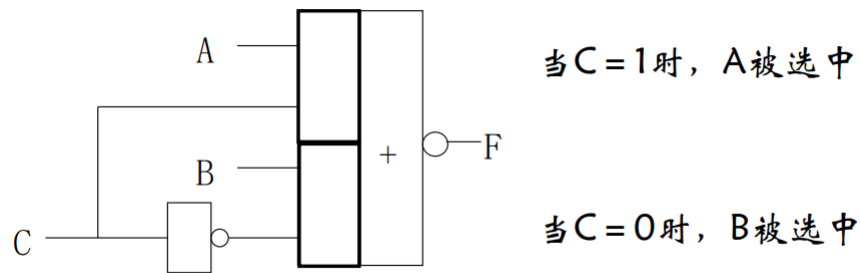


$$\begin{cases} C = 1 & F = \overline{P} \\ C = 0 & F = 1 \end{cases}$$



$$\begin{cases} C = 1 & F = \overline{AB} \\ C = 0 & F = 1 \end{cases}$$

2. 与非门实现数据选择: $AC + B\overline{C}$



3. 与非门的逻辑表示、门电路概述

1. **正逻辑**: $H = 1, L = 0$, 即高电平表示1, 低电平表示0
2. 两大类**工艺技术**: **TTL (Transistor-Transistor/晶体管 Logic)** (速度快、功耗大、集成度低), **MOS (金属氧化物半导体)** (速度慢, 工号小, 集成度高)
目前常用器件的工艺: **CMOS** (互补金属氧化物半导体)
3. **集成电路**发展: SSI (小规模IC), MSI (中规模IC), LSI (大规模IC), VLSI (超大规模IC), ULSI (超大规模IC)

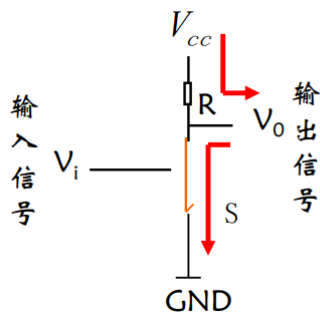
1.1 晶体管的工作状态

1. 二极管

1. 最简单的二值逻辑: 开关

$V_i = 0$: 电键闭合, 输出高电平 (H)

$V_i = 1$: 电键打开, 输出低电平 (L)

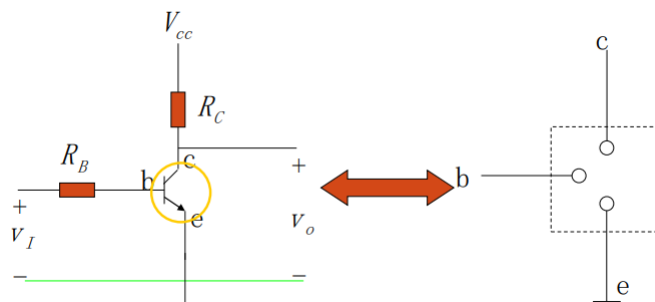


2. 截止状态

条件: $V_b < 0.7V$

结果: $I_b = 0, I_c = 0, V_o = V_{cc}$

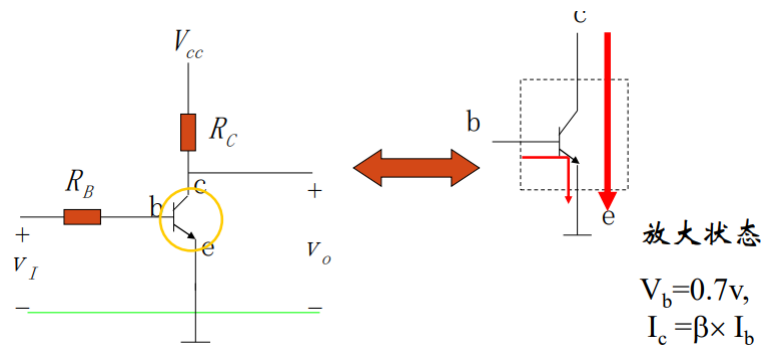
相当于断路



3. 放大状态

条件: $V_b = 0.7V$, I_b 较小, I_c 足够大

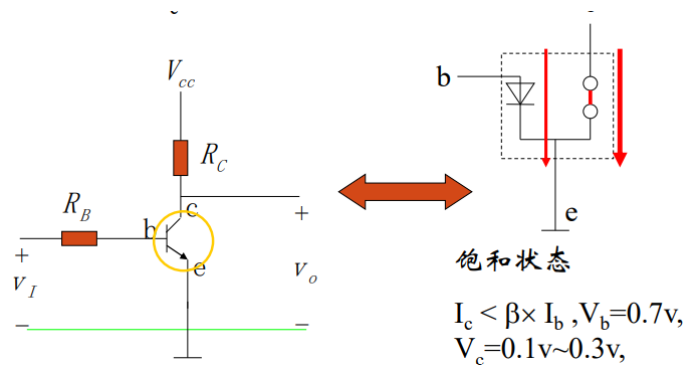
结果: $I_c = \beta \times I_b$, 放大系数 β : 20~100



4. 饱和状态

条件: $V_b = 0.7V$, I_b 较大, $I_c < \beta \times I_b$

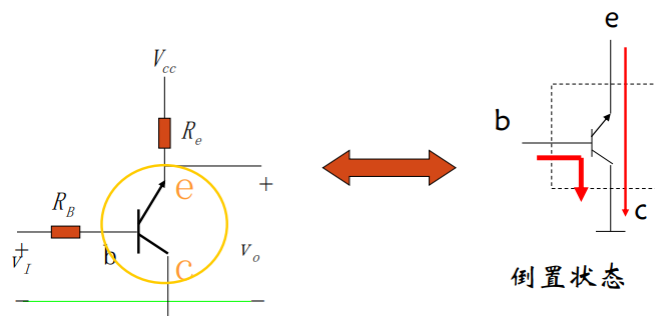
结果: $V_c = 0.1V \sim 0.3V$



5. 倒置状态

条件: $V_b = 0.7V$, $V_e > V_c$

结果: $I_e = \beta' \times I_b$, 其中 $\beta' \approx 0.5$



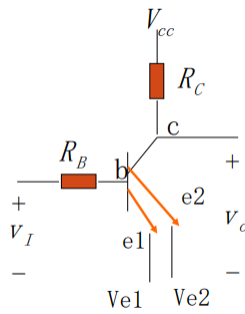
2. 多发射极三极管

高电压: $3.6V \sim 5V$

低电压: $0.3V$ 以下

双发射极只要有一个为低, 当 $V_1 - V_{e1} > 0.7V$, 整个三极管出于导通状态

若两级 V_{e1} 和 V_{e2} 都很高, 则三极管处于截止状态

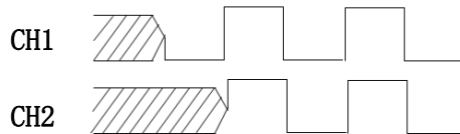
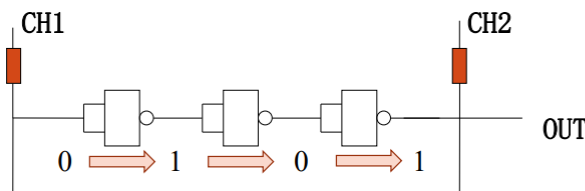


1.2 典型五管TTL“与非门”

主要技术参数:

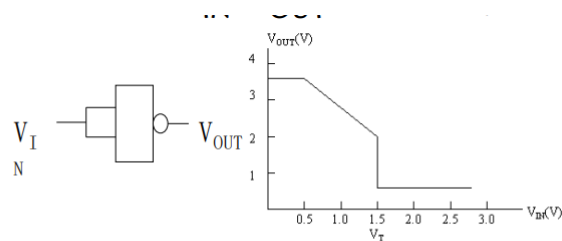
1. **扇入** (Fan-in) : 一个门的可用输入数目
2. **扇出** (Fan-out) : 一个门的输出可以驱动的标准门个数
3. **传输延迟** (Propagation Delay) : 从输入传输到输出所需要的时间 (以高低中间点为参考点)
4. **功耗** (Power Dissipation) : 逻辑门消耗的能量

• 自激振荡电路



这是永动机吗?

- **转移特性**: 门电路中输出电压随输入电压的变化特性 ($V_{IN} - V_{OUT}$ 关系曲线)



在曲线上, V_{OUT} 急剧下降时的 V_{IN} 称: 阈值电压 V_T , 或称门檻电压

直流参数:

"0"输入电流 $I_{IL} \leq 1.6mA$

"1"输出电流 $I_{OH} \leq 0.4mA = 400\mu A$

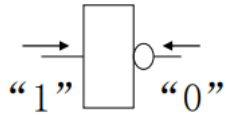
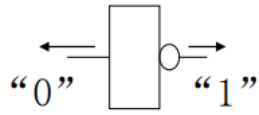
"1"输出电压 $V_{oh} \geq 3V$ (10个负载)

"1"输入电流 $I_{IH} \leq 40\mu A$

"0"输出电流 $I_{OL} \leq 16mA$

"0"输出电压 $V_{OL} \leq 0.35V$ (10个负载)

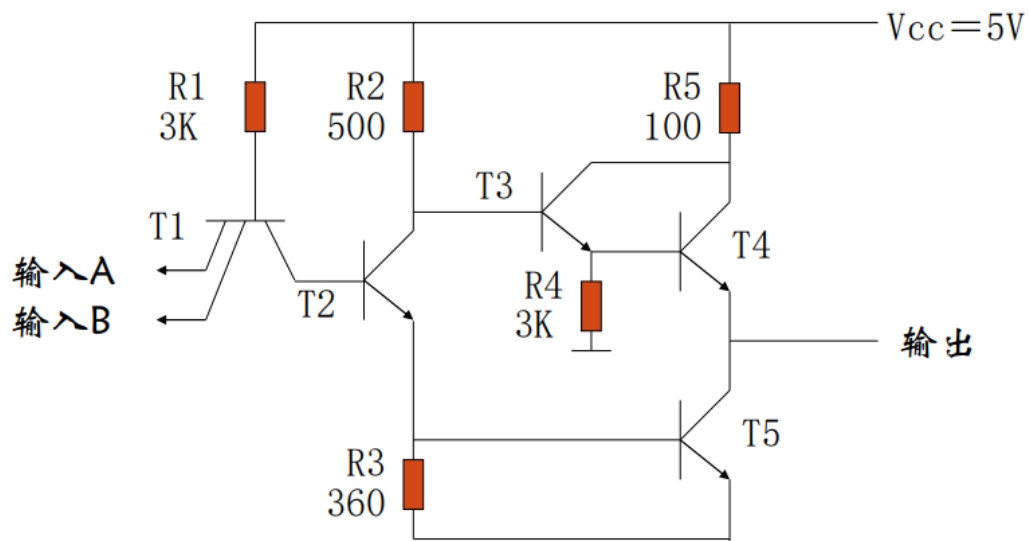
下图所示的箭头表示电流/电压方向



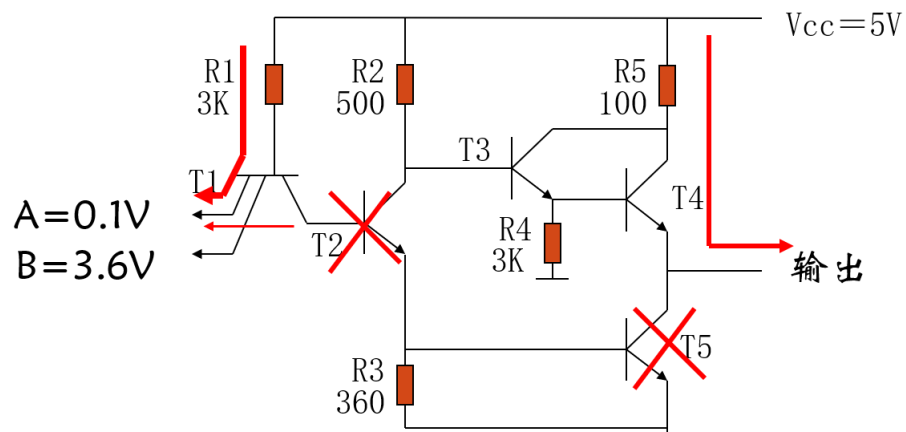
门电路级联的上限：负载能力Max = 10

负载大于与非门承受能力时，低电平变高，高电平变低，会导致整个逻辑电路不能工作

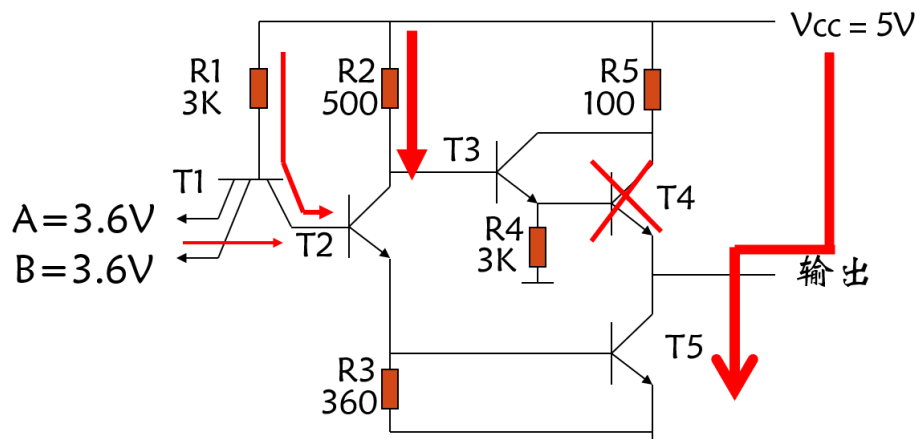
1. 图腾柱 (Totem) 结构



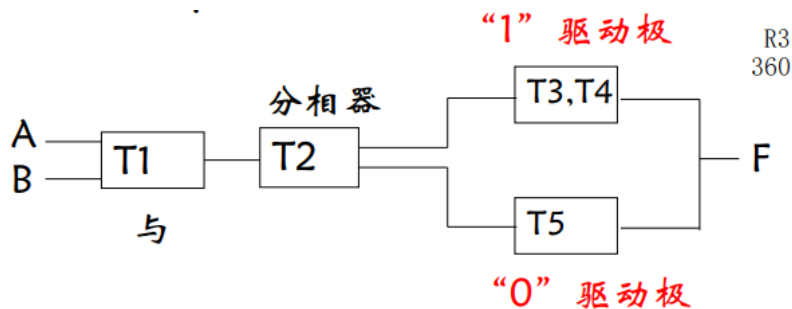
- **输入有低：**此时， T_1 深饱和， T_2 和 T_5 截止， T_3 和 T_4 导通，输出电压约为3.6V



- **输入均为高：**此时， T_1 倒置， T_2 饱和， T_3 导通， T_4 截止， T_5 饱和，输出电压约为0.3V



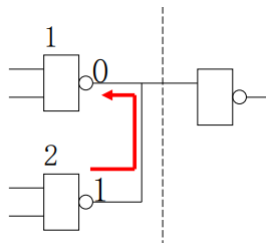
这种典型的与非门结构称为**图腾柱结构 (Totem)**



2. 集电极开路 (OC) 结构

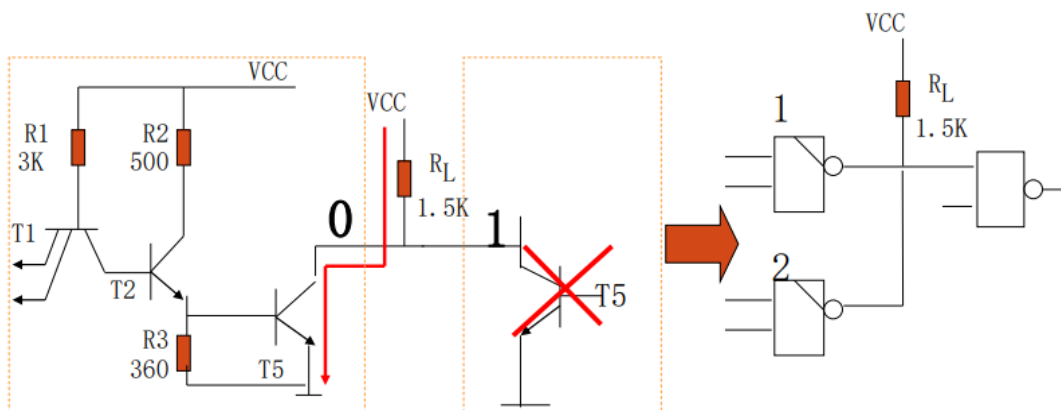
普通与非门输出实现“线与”的问题：

图腾输出结构的电路，是不能把它们的输出线与在一起的。否则，当一门电路的输出为“H”，另一为“L”时，有大电流从“H”端流向“L”端，电流太大，会烧坏与非门



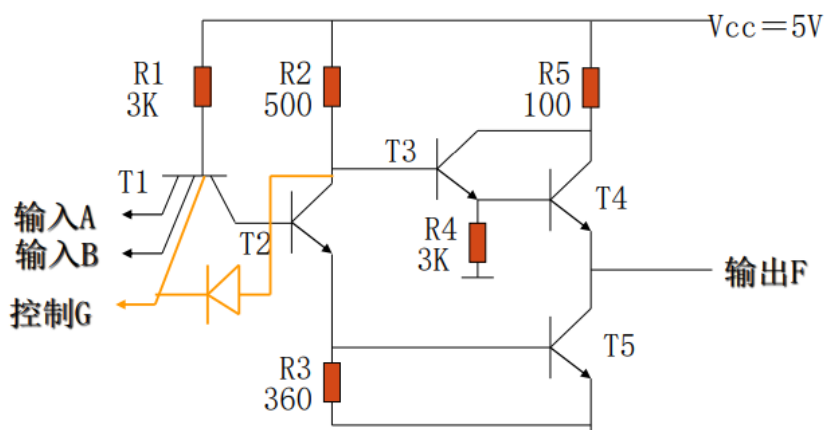
线与：如果把驱动电路A、B、C.....的输出直接挂向总线，要求当某一驱动器向总线发送数据D时，其余驱动器输出均为“1”。这样，总线状态为各驱动器输出状态之“与”，即 $D \cdot 1 \cdot 1 \cdot \dots = D$ ，把这种与连接称为“线与” (Wired AND)

OC电路线与：



特点：上升延迟很大 (T_5 退饱和很慢)，适合速度较慢的电路（对于速度要求较快如CPU数据总线）不能使用OC门；同时，OC门也不能和普通与非门线与

3. 三态门 (Tri-State Circuit)



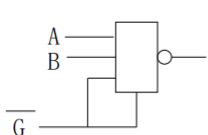
➤ 当控制 $G=1$ 时，电路是一个图腾结构的与非门

➤ 当 $G=0$ ， $T3$ 、 $T4$ 、 $T5$ 均截止，与非门输出 $F=Z$ （高阻态）

功能表：（其中，高阻态相当于隔断状态（电阻很大，可以理解为开路）

注意：下面这张图的 $\overline{G}$ 和普遍认知的有一个反的关系！

功能表



A	B	$\overline{G}$	F
X	X	0	Z
0	0	1	1
1	0	1	1
0	1	1	1
1	1	1	0

—— 高阻态

正常态

两个三态门和总线“线与”的时候，只能有一个处于正常态（另一个需要处于高阻态）

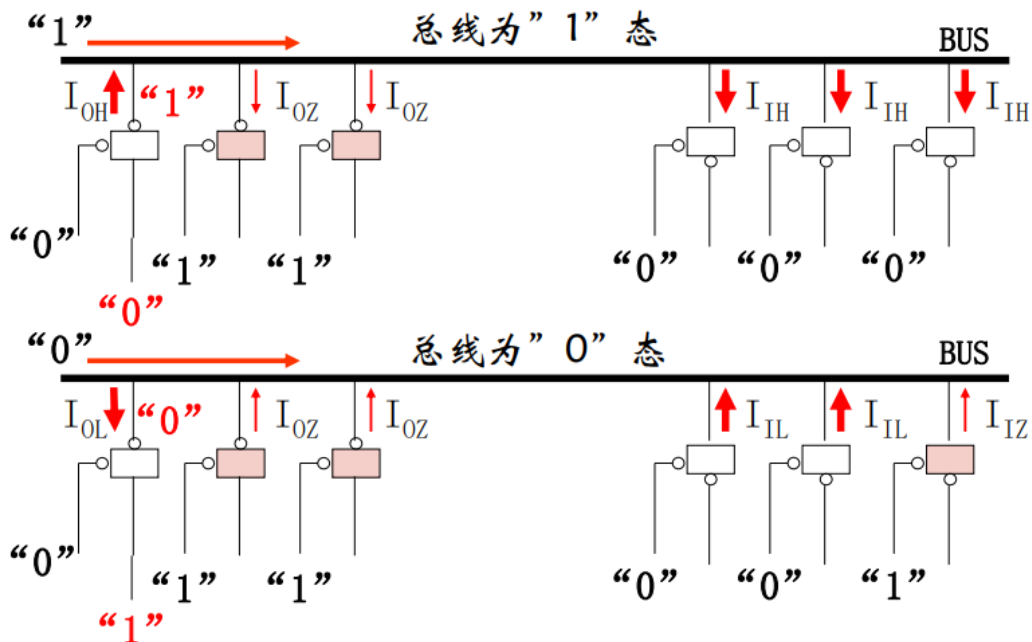
OH, IH, OL, IZ 依次表示：output high, input high, output low, output 高阻态

output：向总线输出，接电输入电平

input：从总线输入，由此读数据

下图中红色箭头表示**电流流向**而不是**数据流向**，数据永远从输入流向输出

控制端的**电流流向**：指向“0”



2 常用中规模组合逻辑电路

译码器的分类:

- 变量译码器: 用来表示输入变量状态的全部组合, 一般为 N 位输入, 2^N 位输出
- 码制译码器: 如8421码变换为循环码等
- 显示译码器: 控制数码管显示

2.1 译码器

1. 2-4变量译码器

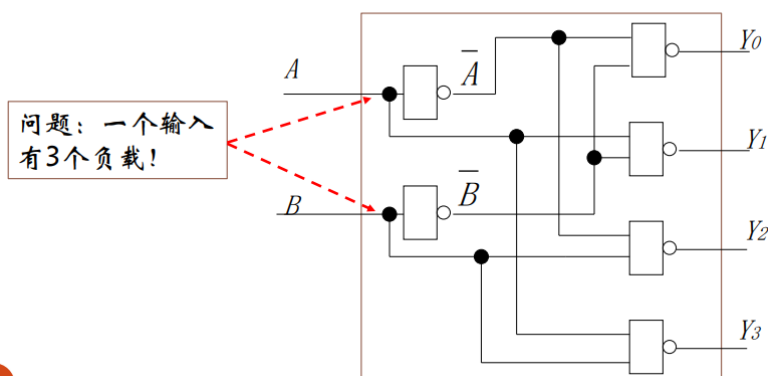
- 定义: 对任意两个输入, 对应一个四输出组合, 唯一值有一个输出为"1"
- 输出表达式: 根据真值表写出输出表达式

真值表		输出表达式			
输入	输出				
A	B	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3
0	0	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0
0	1	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1

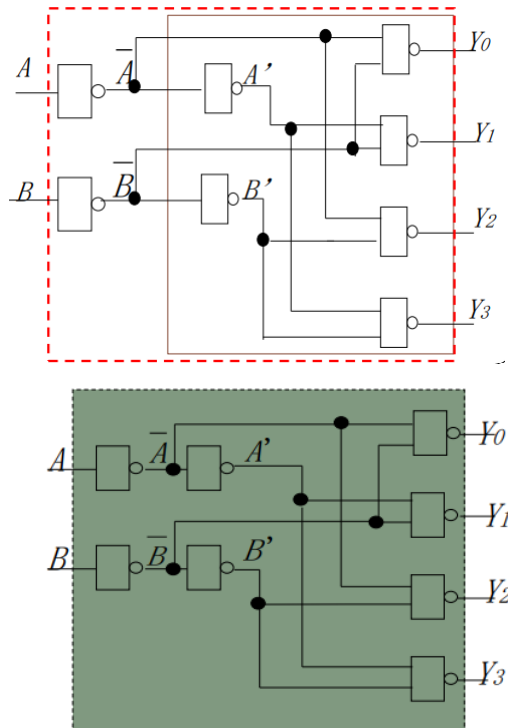
输出表达式

$$\begin{cases} Y_0 = \overline{A}\overline{B} \\ Y_1 = A\overline{B} \\ Y_2 = \overline{A}B \\ Y_3 = AB \end{cases}$$

- 逻辑图: 根据输出表达式画出逻辑图

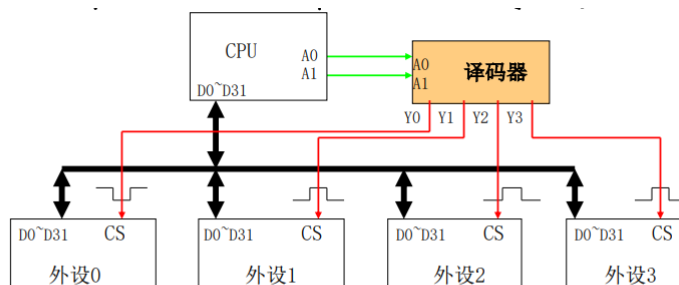


- 检查：一个输入只能按照一个输入负载计算，修正设计——增加一级输入缓冲



输入缓冲电路 译码逻辑电路

应用举例：CPU控制四个设备



功能级设计要求：

A0=0, A1=0时, 外设0工作
A0=1, A1=0时, 外设1工作
A0=0, A1=1时, 外设2工作
A0=1, A1=1时, 外设3工作

信号级设计要求：

A0=0, A1=0时, Y0=0, Y1, Y2, Y3=1
A0=1, A1=0时, Y1=0, Y0, Y2, Y3=1
A0=0, A1=1时, Y2=0, Y0, Y1, Y3=1
A0=1, A1=1时, Y3=0, Y0, Y1, Y2=1

使能 (Enable)

可以使得集成电路更加灵活（用于拓展）、可靠（用于选通）

有使能端 $\overline{E}$ 的2-4译码器：

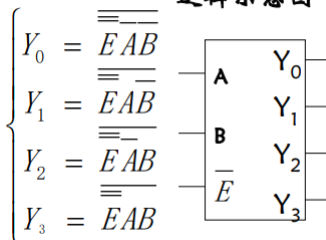
当 $\overline{E} = 0$, 译码器使能

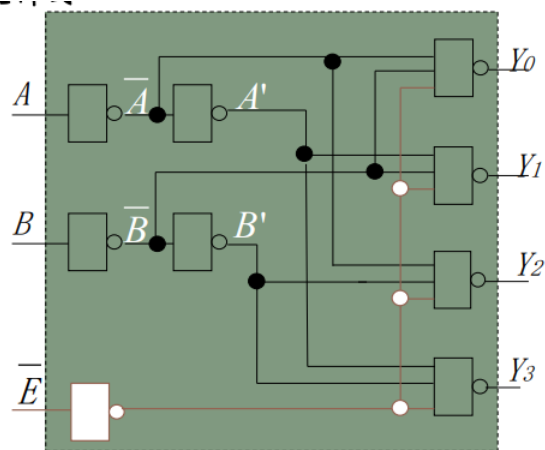
当 $\overline{E} = 1$, 译码器禁止

功能表

$\overline{E}$	A	B	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3
1	X	X	1	1	1	1
0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	0

逻辑示意图

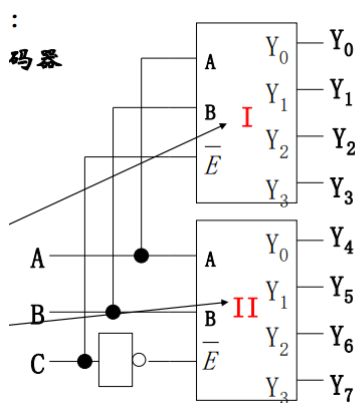




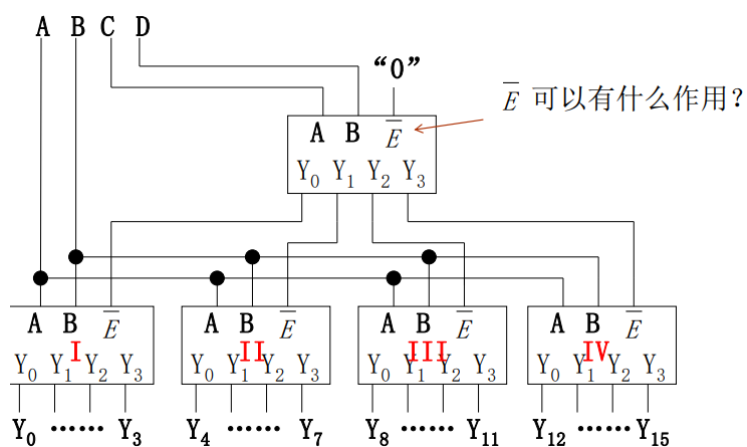
3-8译码器中设计了 $\overline{E}_1$ 、 $\overline{E}_{2A}$ 、 $\overline{E}_{2B}$ 3个使能端

1. 用2片带使能端的2-4译码器组成3-8译码器

$C = 0$ 选中片1, $C = 1$ 选中片2

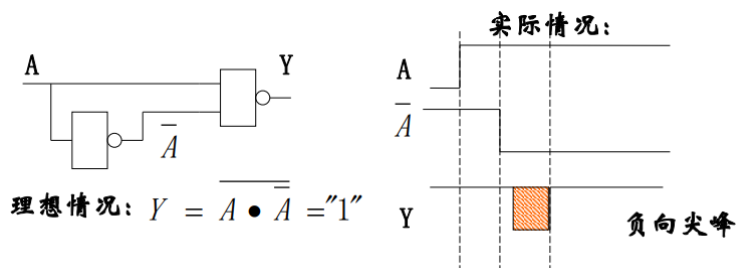


用5片带使能端的2-4译码器组成4-16译码器

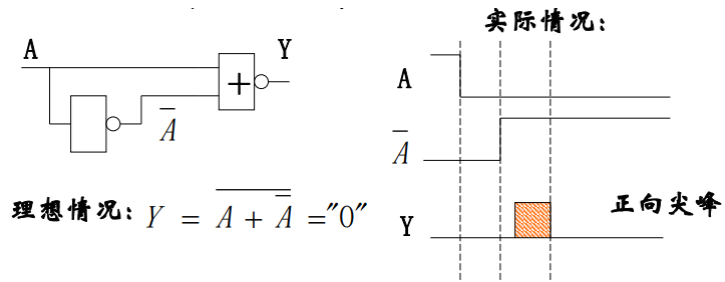


2. 使能端 $\overline{E}$ 用作选通

- 二输入与非门输入为 A 和 $\overline{A}$ 时, $\overline{A}$ 滞后于 A , 则输出端 Y 出现尖峰信号(与非门上升沿有负向尖峰)



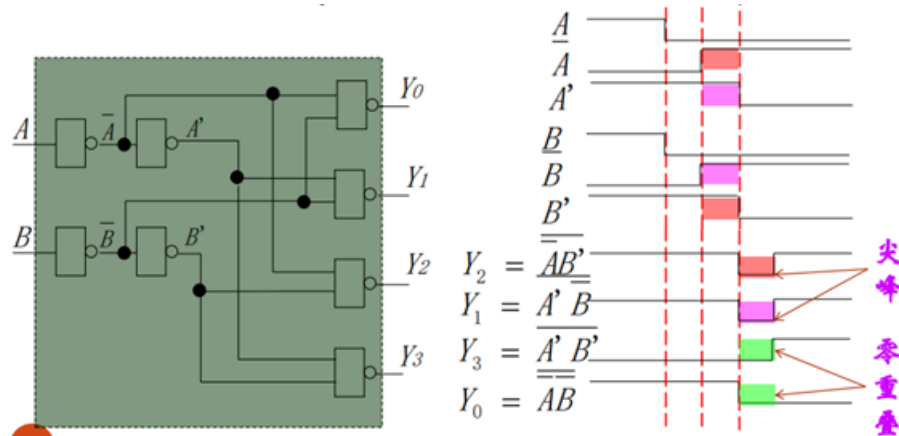
- 二输入或非门输入为 A 和 $\bar{A}$ 时, $\bar{A}$ 滞后于 A , 则输出端 Y 出现尖峰信号(或非门下降沿有正向尖峰)



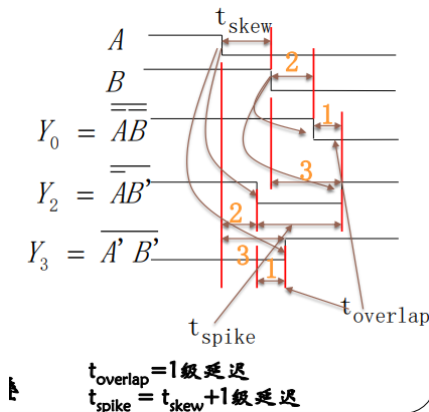
若没有使能端, 延迟产生尖峰和零重叠问题

假设 A 、 B 从“11”变到“00”

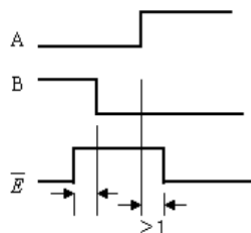
- 若 A 、 B 同时到来, 无偏移Skew



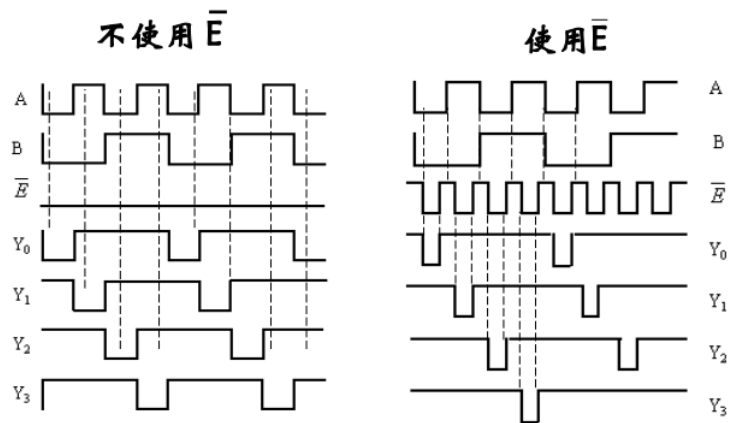
- 若 A 、 B 不能同时到来, 存在偏移Skew, 导致尖峰信号更宽



在 A 、 B 变化期间, 输出是不稳定的, 可能会出现尖峰信号。加一个能覆盖输入变化的正脉冲 ($\bar{E} = 1$), 使得 A 、 B 变化期间强制 $Y_0 - Y_3 = 1$, 即可消除输出端的干扰。



抑制尖峰和零重叠的使能正信号应先于(或同时)译码器的变量输入变化前到来, 正信号撤除应滞后于变量输入的变化(至少滞后1级缓冲的延迟)。
但也不能太宽, 否则速度会慢。



2. 3-8变量译码器

1. 真值表和逻辑表达式、输出表达式

真值表和逻辑表达式

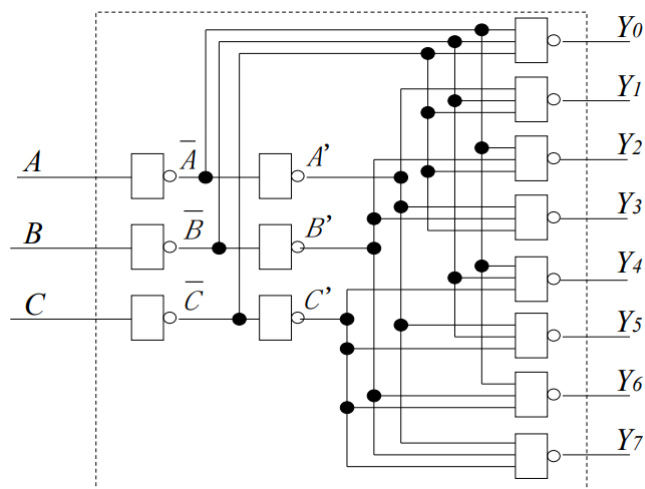
真 值 表

输 入	输 出							
A B C	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6	Y_7
0 0 0	0	1	1	1	1	1	1	1
1 0 0	1	0	1	1	1	1	1	1
0 1 0	1	1	0	1	1	1	1	1
1 1 0	1	1	1	0	1	1	1	1
0 0 1	1	1	1	1	0	1	1	1
1 0 1	1	1	1	1	1	0	1	1
0 1 1	1	1	1	1	1	1	0	1
1 1 1	1	1	1	1	1	1	1	0

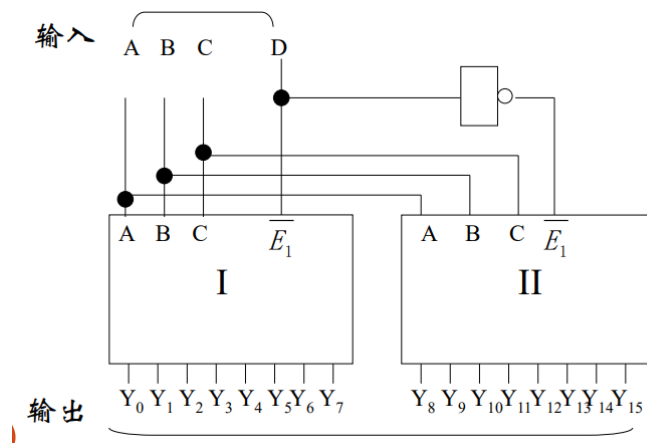
输出表达式

$$\left\{ \begin{array}{l} Y_0 = \overline{ABC} \\ Y_1 = \overline{A}BC \\ Y_2 = \overline{A}\overline{B}C \\ Y_3 = \overline{A}\overline{B}\overline{C} \\ Y_4 = \overline{A}BC \\ Y_5 = \overline{A}\overline{B}C \\ Y_6 = \overline{A}\overline{B}\overline{C} \\ Y_7 = \overline{A}BC \end{array} \right.$$

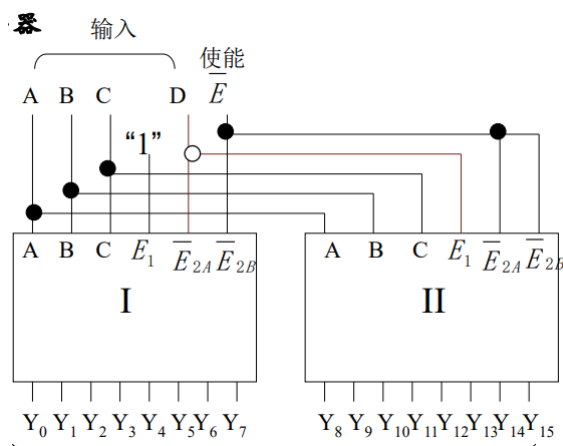
2. 按照输出表达式画出3-8译码器的逻辑图



3. 用3-8译码器扩展成4-16译码器



使能端 E 用作拓展



3. 变量译码器的应用

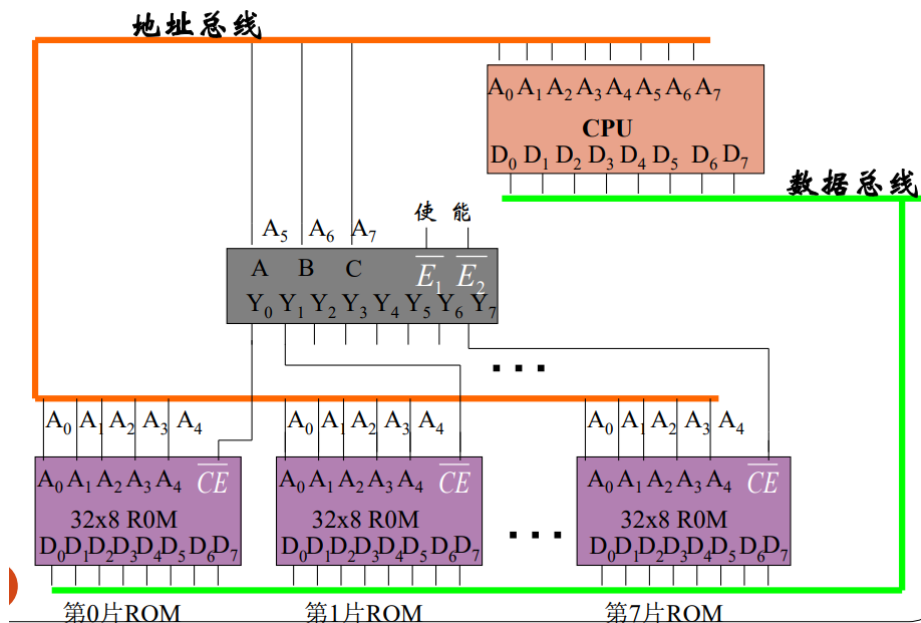
(1) 多个使能端译码器件——典型器件

- 器件一：74LS(HCT, HC) 139, 功能：双2-4译码器
- 器件二：84LS(HCT, HC) 138, 功能：3-8译码器 (3个使能端)
- 器件三：74LS (HCT, HC) 154, 功能：4-16译码器 (2个使能端)

(2) 用3-8译码器分配地址区

CPU的地址空间： $A_7 \sim A_0$ 共有256个地址空间，每个ROM有32个地址空间

CPU地址空间的高三位 $A_7 A_6 A_5$ 作为3-8译码器的输入，输出为8片ROM的 $\overline{CE}$ ，以及CPU地址空间的第五位 $A_4 A_3 A_2 A_1 A_0$

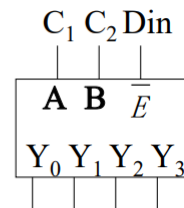


(3) 用作数据分配器 Demultiplexer

数据分配：将输入数据在地址控制下连接到多个输出通道

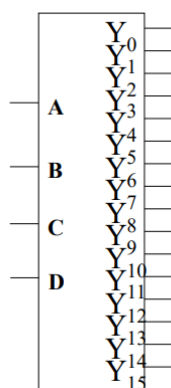
数据分配器将输入数据端 D_{in} 根据地址码 C_1, C_2 分配到输出端 $Y_0 \sim Y_3$ 中的相应一个中去

D_{in}	C_1	C_2	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3
0/1	0	0	0/1	1	1	1
0/1	1	0	1	0/1	1	1
0/1	0	1	1	1	0/1	1
0/1	1	1	1	1	1	0/1



4. 4-16变量译码器

逻辑示意图：（D为最高位，A为最低位，含有2个使能端）



存在的问题：

- 缓冲门的负载较大
第一级缓冲门（反变量）有9个负载，第二级缓冲门（原变量）有8个负载
使能端与门的负载有16个
- 当输入变量 N 增大时
译码部分与非门的输入端数会增多：输入端数为 $N + 1$ （使能端）个
负载：第一级为 $2^{N-1} + 1$ ，第二级为 2^{N-1} ，使能端为 2^N
- 采用多级译码技术可以减少负载：用在大容量存储器片内的译码结构

多级译码与二级译码

令 $E = \overline{AB}, F = \overline{AB}, G = \overline{AB}, H = AB$

$W = \overline{CD}, X = \overline{CD}, Y = \overline{CD}, Z = CD$, 则有:

$Y_0 = \overline{ABCD} = \overline{EW}$	$Y_4 = \overline{ABCD} = \overline{EX}$	$Y_8 = \overline{ABCD} = \overline{EY}$	$Y_{12} = \overline{ABCD} = \overline{EZ}$
$Y_1 = \overline{ABCD} = \overline{FW}$	$Y_5 = \overline{ABCD} = \overline{FX}$	$Y_9 = \overline{ABCD} = \overline{FY}$	$Y_{13} = \overline{ABCD} = \overline{FZ}$
$Y_2 = \overline{ABCD} = \overline{GW}$	$Y_6 = \overline{ABCD} = \overline{GX}$	$Y_{10} = \overline{ABCD} = \overline{GY}$	$Y_{14} = \overline{ABCD} = \overline{GZ}$
$Y_3 = \overline{ABCD} = \overline{HW}$	$Y_7 = \overline{ABCD} = \overline{HX}$	$Y_{11} = \overline{ABCD} = \overline{HY}$	$Y_{15} = \overline{ABCD} = \overline{HZ}$

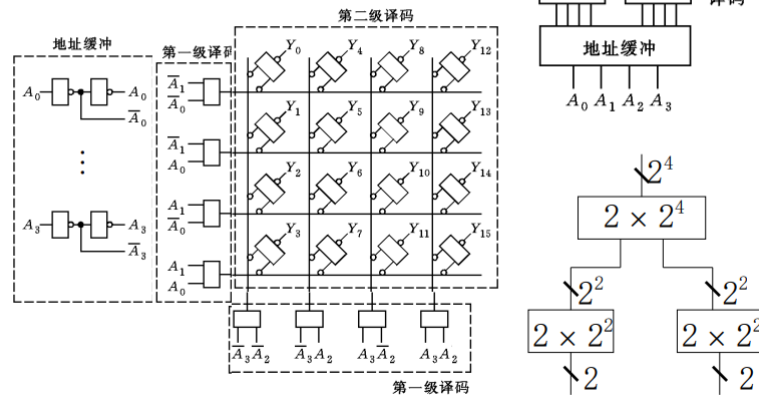
✓ A,B,C,D和它们的反变量，都出现8次，说明它们共有8个负载。

✓ 考察E,F,G,H,W,X,Y,Z，每个出现4次，意味着它们共有4个负载。

✓ 说明经过变换后，负载数降低了一半。

二级译码

用两级译码电路实现4-16译码器



(2×2^2 表示2输入与门4个, 2×2^4 表示2输入与非门16个)

5. 码制译码器

将一种编码转换为另一种编码的逻辑电路

二进制译码器

BCD编码: Binary-Coded to Decimal, 二进制编码的十进制数

- 不完全译码的BCD译码器

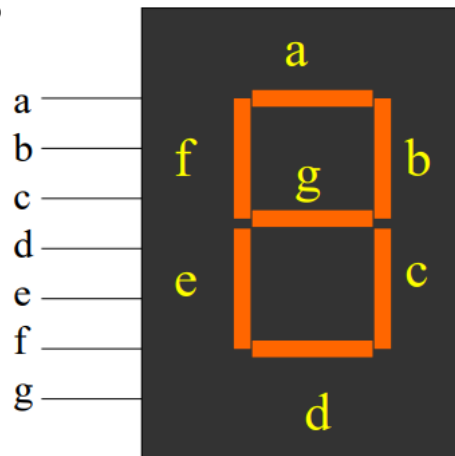
	A	B	C	D	Y ₀	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅	Y ₆	Y ₇	Y ₈	Y ₉
0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
2	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
3	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
4	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
5	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
6	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
7	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
8	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
9	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0

- 完全译码的BCD译码器：更好地debug

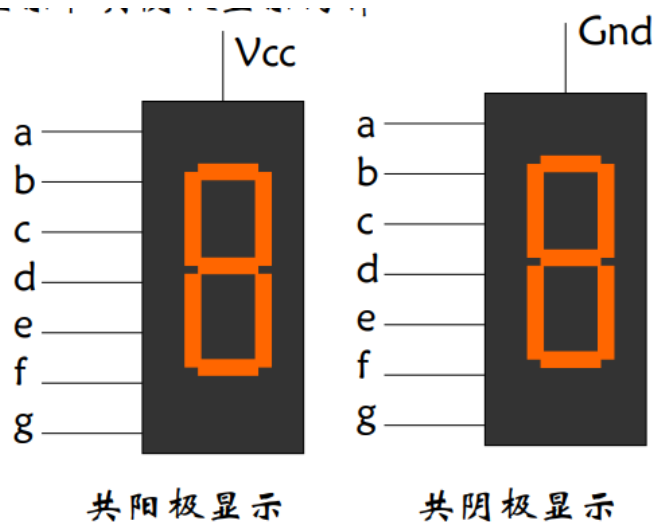
6. 显示译码器

七段数码管

一个七段数码管有7个控制端输入 $a \sim g$ ，分别对应与数码管的7段。有些数码管是8个输入，在右下方有一个小数点。



- 共阳极显示：高灭低亮（以下例子均为共阳极显示）
- 共阴极显示：高亮低灭

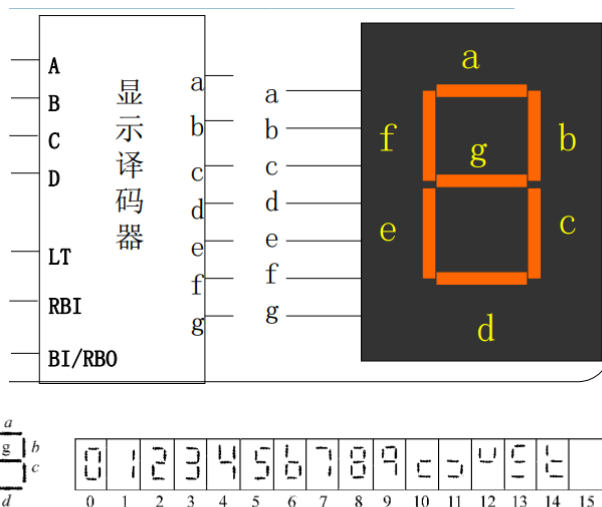


显示0~9中的任何一个数字分别对应于 $a \sim g$ 的一组编码

显示译码器

在BCD码和7段数码管编码之间需要一个**显示译码器**

- 将BCD码转换为数码管对应的编码
- 显示译码器实质是码制译码器



显示数字	A	B	C	D	a	b	c	d	e	f	g
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1
2	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
3	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
4	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0
5	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
6	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
7	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
8	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0
A	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0
B	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0
C	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0
D	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0
E	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
F	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

各个变量的逻辑表达式:

$$a = BD + \overline{AC} + \overline{ABCD}$$

$$b = BD + \overline{ABC} + \overline{ABC}$$

$$c = \overline{ABC} + \overline{CD}$$

$$d = \overline{ABC} + \overline{ABC} + \overline{ABC}$$

$$e = A + \overline{BC}$$

$$f = \overline{ACD} + \overline{AB} + \overline{BC}$$

$$g = \overline{BCD} + \overline{ABC}$$

控制功能输入: $LT, RBI, BI/RBO$ (主要用于对数码管的测试和其他一些应用)

2.2 数据选择器

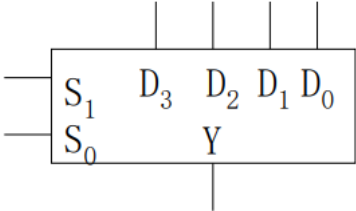
在选择控制的信号作用下，能从多个输入数据中选择一个或多个作为输出。

- 多输入单输出数据选择器
- 多输入多输出数据选择器

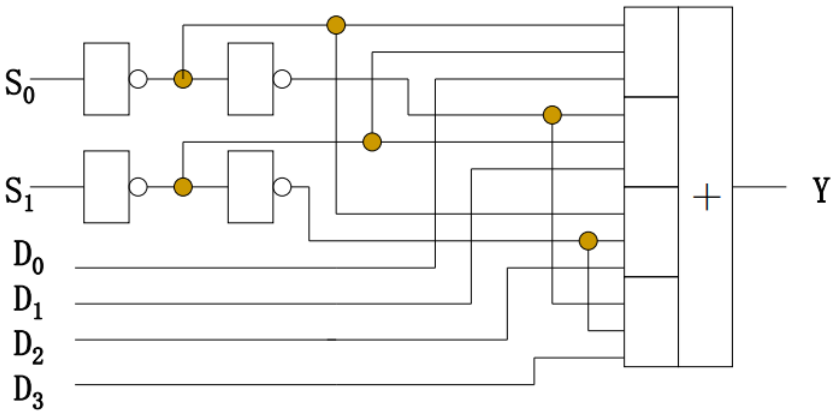
1. 4选1数据选择器

4输入，1输出，2个选择控制

S_1	S_0	Y
0	0	D_0
0	1	D_1
1	0	D_2
1	1	D_3

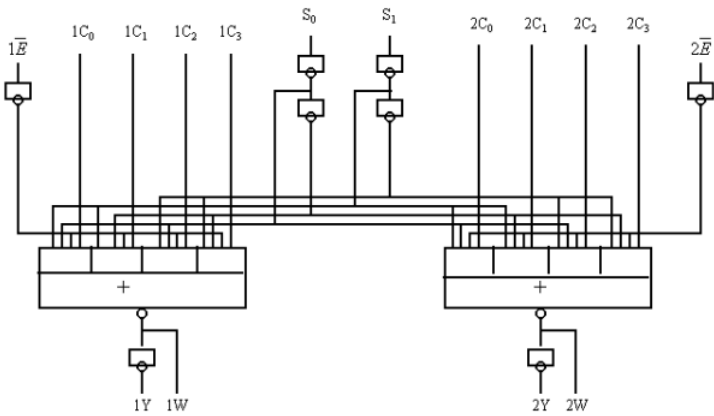


$$Y = \overline{S_0}\overline{S_1}D_0 + \overline{S_0}S_1D_1 + S_0\overline{S_1}D_2 + S_0S_1D_3$$



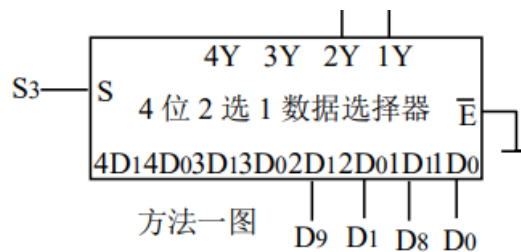
2. 有使能端的双4选1数据选择器

提供1正1反两个输出



3. 4位2选1数据选择器

4个二选一选择器，共用选择输入 S_3

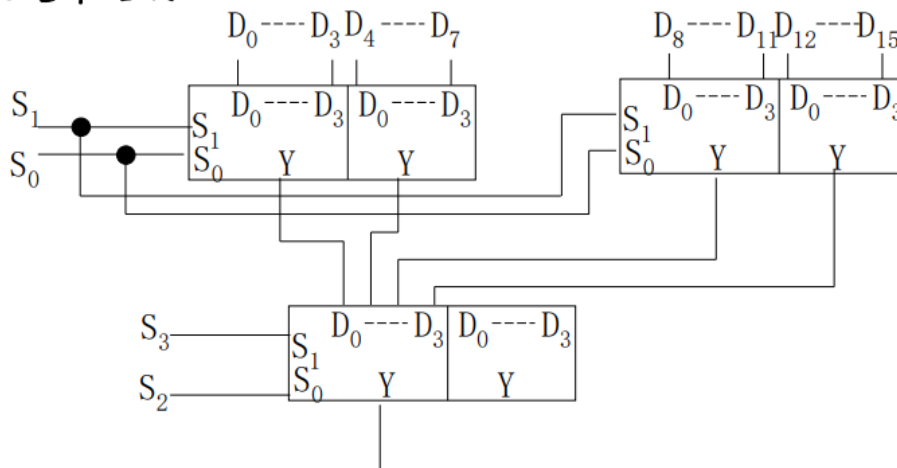


4. 16选1选择器

选择器扩展

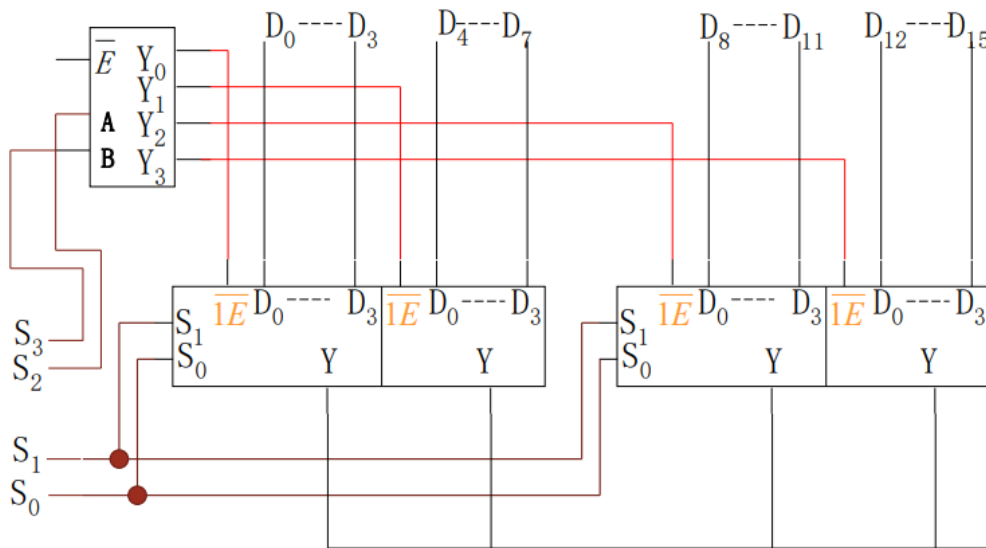
- 用无使能端的双4选1选择器

两级选择结构



逻辑结构： $S_1 S_0$ 控制第一层选择， $S_3 S_2$ 控制第二层选择。

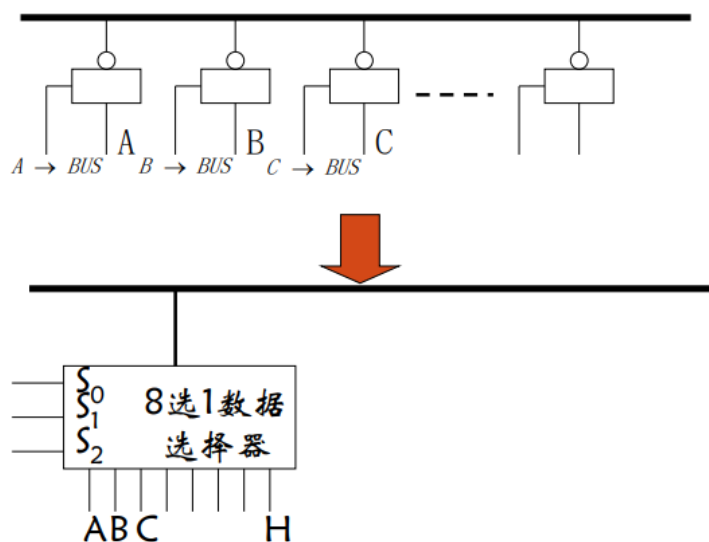
- 用有使能端的的双4选1选择器



高两位控制端经译码后分别控制数据选择器的使能端E，以实现扩展。输出级是三态门，因此可以“线与”。

应用

总线发送控制



实现逻辑函数

1. 译码器实现逻辑函数

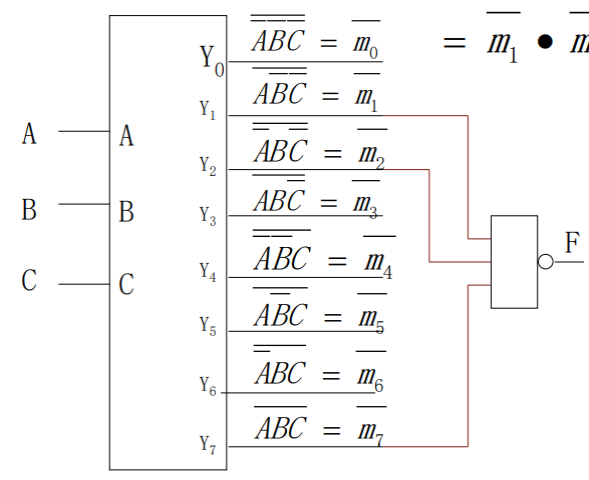
译码器：可以看成是 N 个输入变量组成的 2^N 个最小项

再加一级与非门，可以组成“与非-与非”逻辑，也可以表达“与-或”逻辑

因此，可以用译码器实现“与-或”逻辑函数

• 举例

$$F = \overline{A}\overline{B}C + \overline{A}B\overline{C} + ABC = m_1 + m_2 + m_7 = \overline{\overline{m_1} \cdot \overline{m_2} \cdot \overline{m_7}}$$



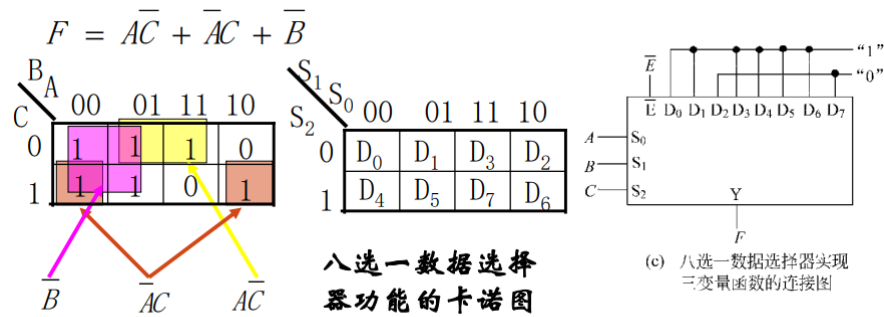
2. 数据选择器实现逻辑函数

数据选择器：逻辑结构就是“与-或”表达式

可以看成是 N 个控制端的 2^N 个最小项和 2^N 个输入组成的“与-或”表达式

选择某些输入为“1”，就是选中这些最小项组成的逻辑函数

- 举例（4选1选择器）： $Y = \overline{S_0}\overline{S_1}D_0 + \overline{S_0}S_1D_1 + \overline{S_0}S_1D_2 + S_0S_1D_3$
- 举例：用八选一数据选择器实现3变量函数



注意对应关系

- 举例：用八选一数据选择器实现4变量函数

$$F = \overline{A}\overline{C} + \overline{B}\overline{N} + \overline{A}C\overline{N}$$

S_0	S_1	S_2	输入	函数F的值
0	0	0	D_0	$F = \overline{A}\overline{C} + \overline{B}\overline{N} + \overline{A}C\overline{N} = \overline{N}$
1	0	0	D_1	$F = \overline{A}\overline{C} + \overline{B}\overline{N} + \overline{A}C\overline{N} = 1$
0	1	0	D_2	$F = \overline{A}\overline{C} + \overline{B}\overline{N} + \overline{A}C\overline{N} = 0$
1	1	0	D_3	$F = \overline{A}\overline{C} + \overline{B}\overline{N} + \overline{A}C\overline{N} = 1$
0	0	1	D_4	$F = \overline{A}\overline{C} + \overline{B}\overline{N} + \overline{A}C\overline{N} = 1$
1	0	1	D_5	$F = \overline{A}\overline{C} + \overline{B}\overline{N} + \overline{A}C\overline{N} = \overline{N}$
0	1	1	D_6	$F = \overline{A}\overline{C} + \overline{B}\overline{N} + \overline{A}C\overline{N} = N$
1	1	1	D_7	$F = \overline{A}\overline{C} + \overline{B}\overline{N} + \overline{A}C\overline{N} = 0$

2.3 编码器

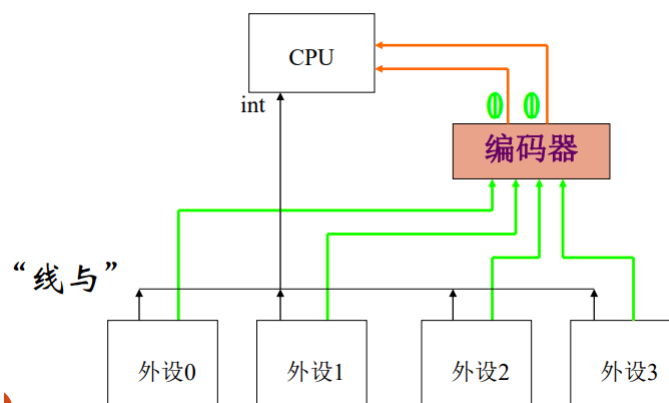
1. 编码器原理

将译码器反过来，对应输入的每一个状态，输出一个编码。

常用编码器：

- 4-2编码：将输入的4个状态编成2位二进制数码
- 8-3编码：将输入的8个状态编成3位二进制数码
- BCD编码：将10个输入编成BCD码

编码器的应用：



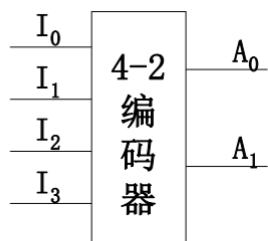
编码器的注意事项：

部分编码器设计（如下面的编码器）只有在互斥输入的时候才能使用。

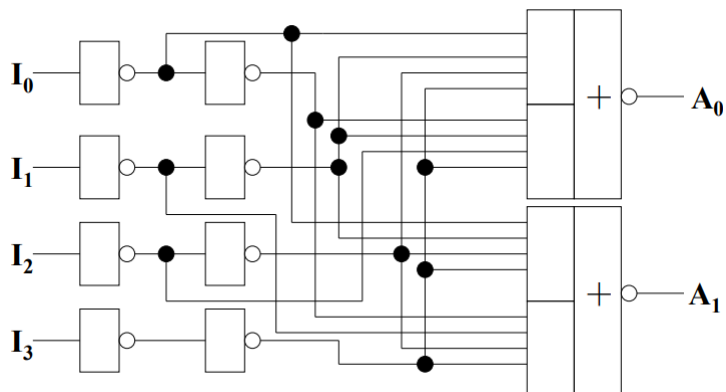
4-2编码器

功能表

I_0	I_1	I_2	I_3	A_0	A_1
0	1	1	1	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	1	1

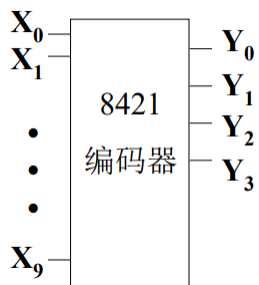


$$\begin{cases} A_0 = I_0 \bar{I}_1 \bar{I}_2 I_3 + I_0 I_1 \bar{I}_2 \bar{I}_3 = \bar{I}_0 I_1 I_2 I_3 + I_0 I_1 \bar{I}_2 I_3 \\ A_1 = I_0 I_1 \bar{I}_2 I_3 + I_0 I_1 I_2 \bar{I}_3 = \bar{I}_0 I_1 I_2 I_3 + I_0 \bar{I}_1 I_2 I_3 \end{cases}$$



8421编码器

将输入信号编码成8421码



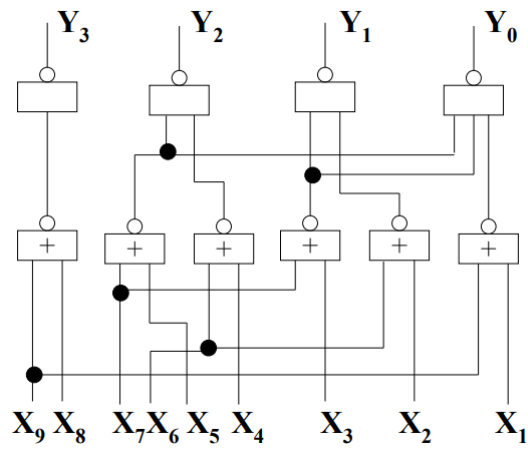
X_9	X_8	X_7	X_6	X_5	X_4	X_3	X_2	X_1	Y_3	Y_2	Y_1	Y_0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1

$$Y_3 = X_8 + X_9$$

$$Y_2 = X_4 + X_5 + X_6 + X_7$$

$$Y_1 = X_2 + X_3 + X_6 + X_7$$

$$Y_0 = X_1 + X_3 + X_5 + X_7 + X_9$$



2. 优先编码器

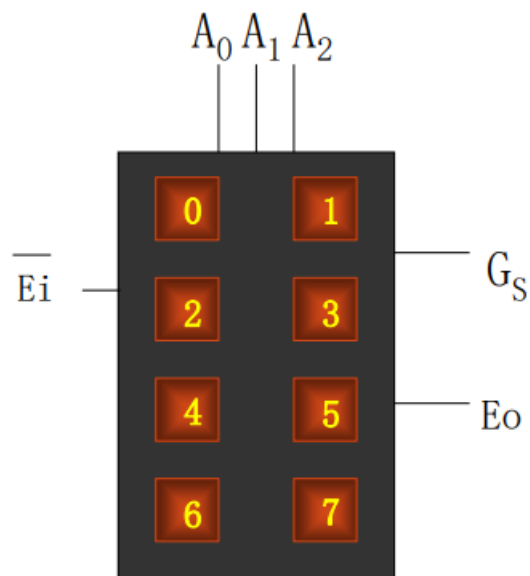
当两条或两条以上线为“0”时，优先按输入编号大的编码，称优先编码器 (Priority Encoder)。

应用：

- 设备按照优先等级编码，用于中断响应
- 键盘输入的读取

8-3优先编码器

- 对各键进行编码： A_2, A_1, A_0
- 输入使能 $\overline{E_i}$
- 设定输出的编码是否有效指示 G_s
- 设定是否允许编码级联输出 E_o



1. 8-3优先编码功能表

$\overline{E_i}$	0	1	2	3	4	5	6	7	A_0	A_1	A_2	G_s	E_o
0	X	X	X	X	X	X	X	0	0	0	0	0	1
0	X	X	X	X	X	X	0	1	1	0	0	0	1
0	X	X	X	X	X	0	1	1	0	1	0	0	1
0	X	X	X	X	0	1	1	1	1	1	0	0	1
0	X	X	X	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1
0	X	X	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1
0	X	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
1	X	X	X	X	X	X	X	X	1	1	1	1	1

(A_2, A_1, A_0 用反码编码, G_s 为编码输出有效, $\overline{E_i}$ 为使能输入, E_o 为允许级联输出)

$\overline{E_i}$	0	1	2	3	4	5	6	7	A_0	A_1	A_2	G_s	E_o
0	X	X	X	X	X	X	X	0	0	0	0	0	1
0	X	X	X	X	X	X	0	1	1	0	0	0	1
0	X	X	X	X	X	0	1	1	0	1	0	0	1
0	X	X	X	X	0	1	1	1	1	1	0	0	1
0	X	X	X	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1
0	X	X	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1
0	X	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
1	X	X	X	X	X	X	X	X	1	1	1	1	1

$$\overline{A_0} = \overline{7} + \overline{765} + \overline{76543} + \overline{7654321} = \overline{7} + \overline{65} + \overline{643} + \overline{6421}$$

类似方法可以得到:

$$\overline{A_0} = \overline{7} + \overline{65} + \overline{643} + \overline{6421}$$

$$\overline{A_1} = \overline{7} + \overline{6} + \overline{543} + \overline{542}$$

$$\overline{A_2} = \overline{7} + \overline{6} + \overline{5} + \overline{4}$$

$$E_0 = \overline{\overline{\overline{E_i}} \cdot \overline{76543210}}$$

$$G_s = \overline{\overline{\overline{E_o}} \cdot \overline{\overline{E_i}}}$$

如果 $\overline{E_i} = 0$, 输入有“0”, 则 $G_s = 0$, $E_o = 1$, 编码有效, 级联禁止

如果 $\overline{E_i} = 0$, 输入全为“1”, 则 $G_s = 1$, $E_o = 0$, 编码无效, 级联有效

如果 $\overline{E_i} = 1$, 无论输入为何值, $G_s = 1$, $E_o = 1$, 编码无效, 级联禁止

输出编码为**反码**, 即用“000”表示7, 用“111”表示0

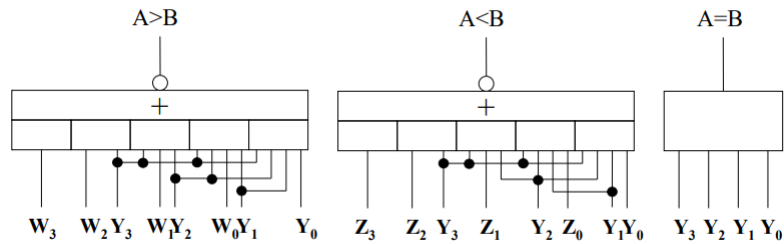
4-16 优先编码器

将8-3优先编码器扩展为16-4优先编码器

$$W_i = [A_i < B_i] = B_i \cdot \overline{A_i B_i}$$

$$Y_i = [A_i = B_i] = \overline{(A_i \cdot \overline{A_i B_i}) + (\overline{A_i B_i}) \cdot B_i}$$

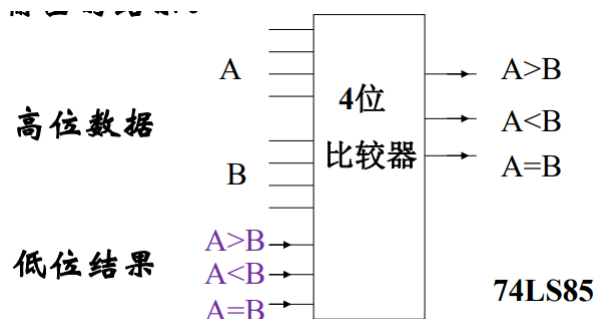
$$Z_i = [A_i > B_i] = A_i \cdot \overline{A_i B_i}$$



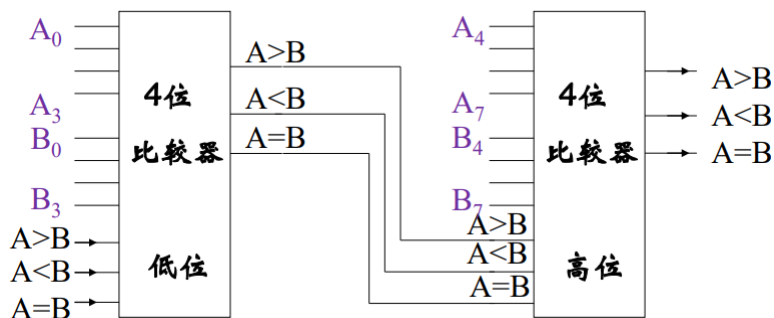
- **分段比较**：多片比较器构成更长位数的方法
- 比较器不仅输出比较结果，还要能接受其它片输出的结果

1. 4位比较器

举例：74LS85



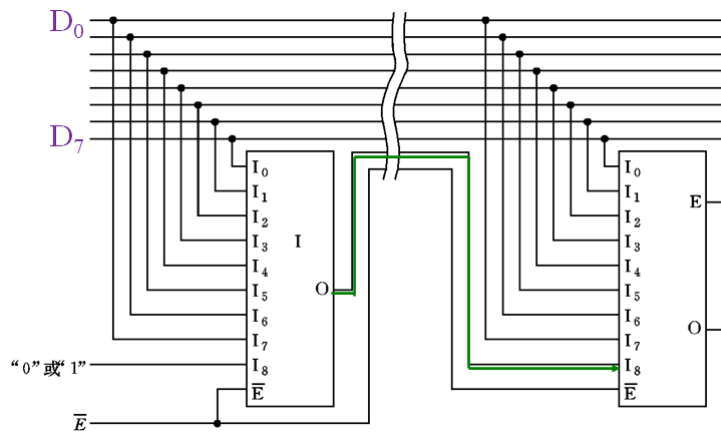
2. 8位比较器



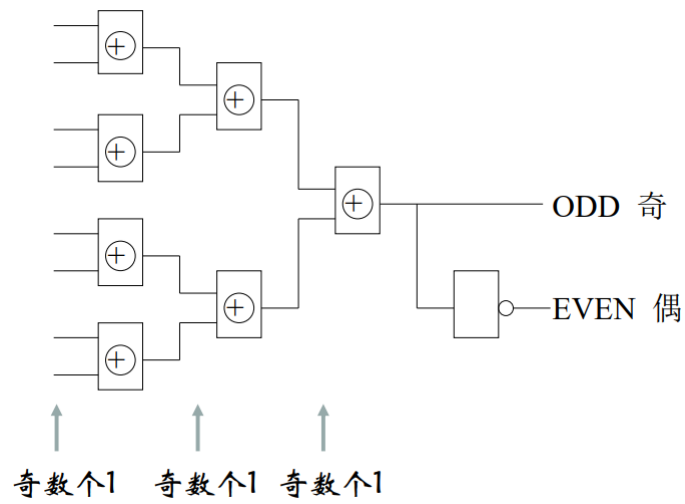
2.5 奇偶校验器

奇偶检验指检验数据中包含奇数个“1”还是偶数个“1”

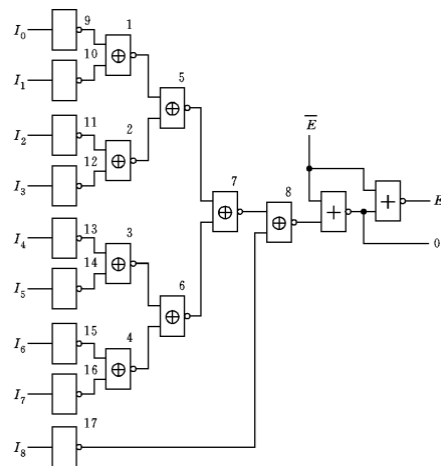
用于发送和接收的奇偶校验逻辑结构图：



异或门构成八位奇偶校验位产生电路：



九位奇偶检验电路：



2.6 可编程逻辑器件

硬件描述语言 (HDL)： 用户可编程，设计方便，易于实现

可编程逻辑器件 (PLD / Programmable Logic Device)： 属于中小规模可编程逻辑器件

ROM (Read-Only Memory): 只读存储器

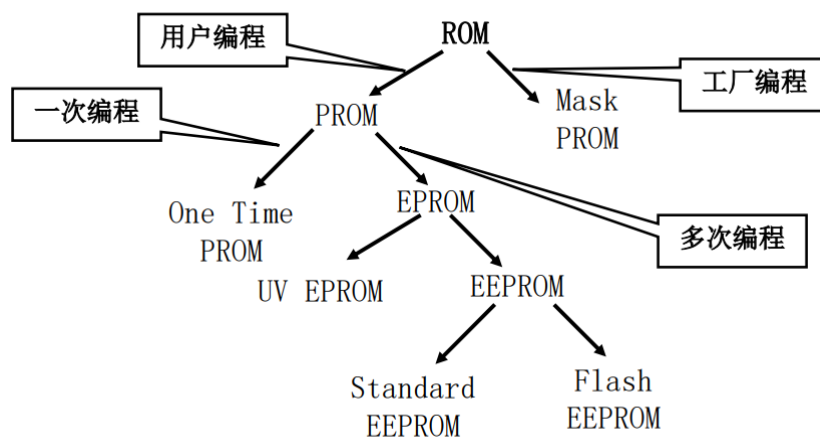
PLA (Programmable Logic Array): 可编程逻辑阵列

PAL (Programmable Array Logic): 可编程阵列逻辑

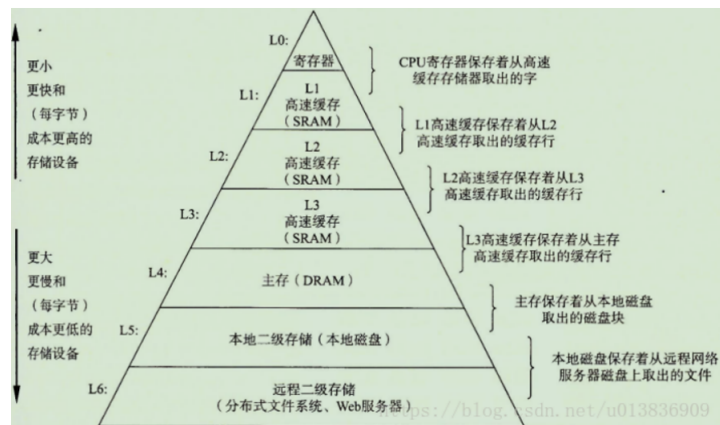
1. ROM 只读存储器

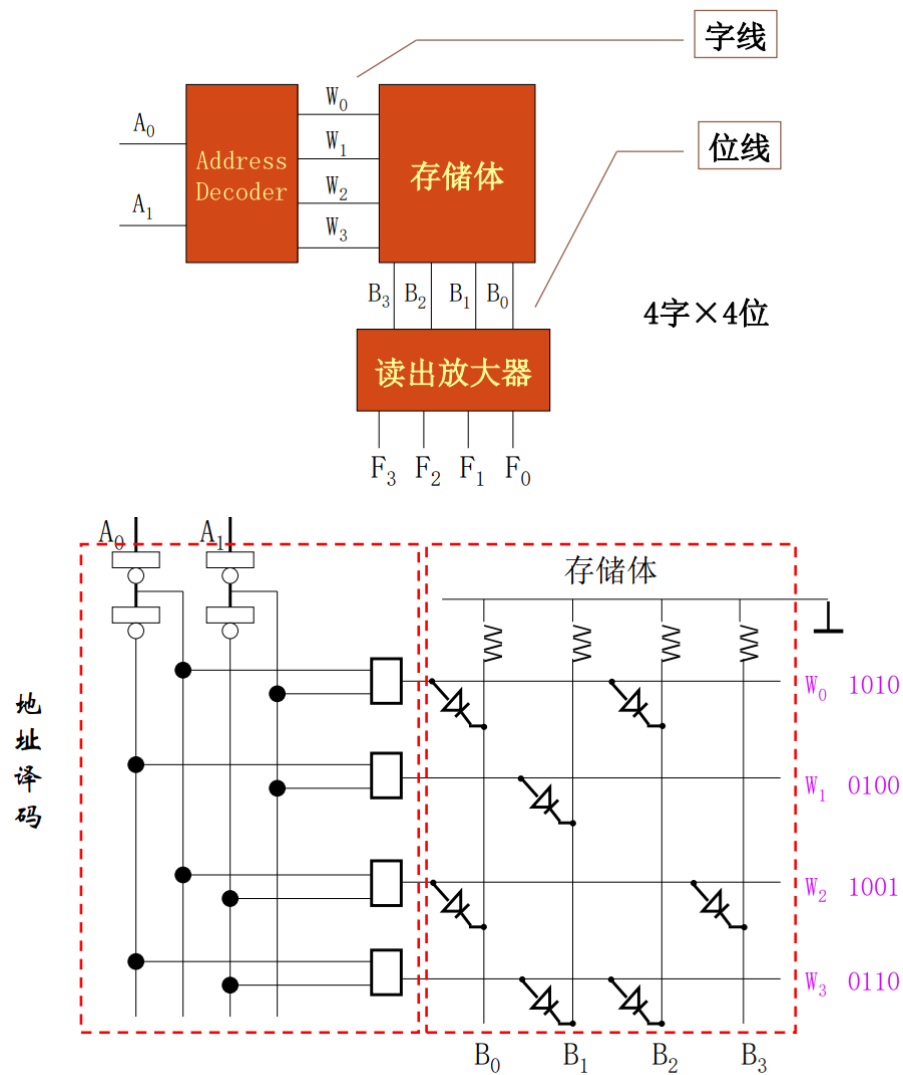
两大类存储器 (Memory):

- ROM / Read-Only Memory: 一旦信息写入, 在机器上只读
存放固定信息: 程序、常数、指令...
信息非易失 (Nonvolatile); 结构简单、规律性强、容量大
 - 掩模型ROM (Mask ROM): 工厂编程
用户提交码点, 在工厂编程
 - 可编程ROM (PROM): 用户一次编程
出厂保留全部熔丝, 用户可编程但不可改写
 - 可改写ROM (EPROM): 用户多次编程
光可改写: UV EPROM
电可改写: E²PROM

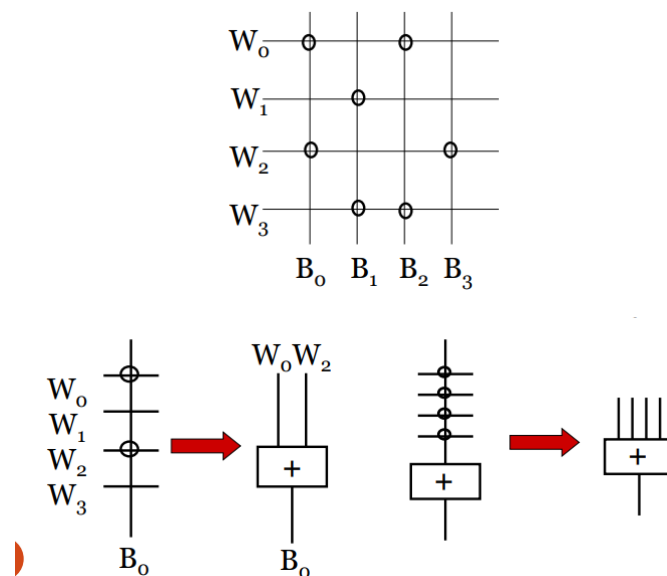


- RAM / Random-Access Memory: 随机存储器, 在运行状态可读可写
对比磁盘: 块粒度访问较小 (ROM请求64B可能返回4KB, RAM则只会返回64B), 因此RAM的访存速度更快



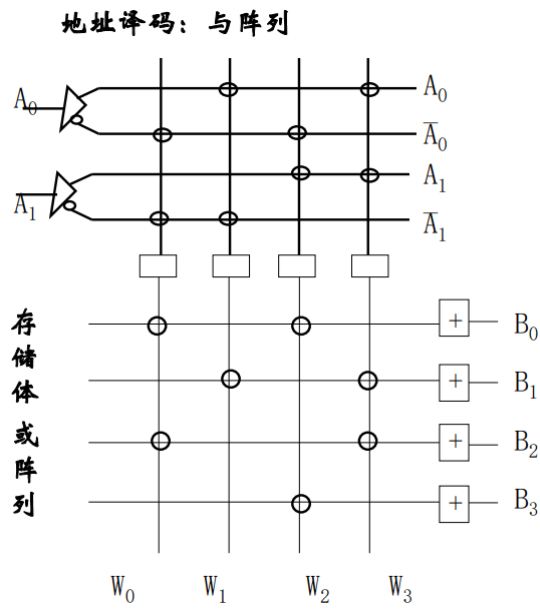


其中，存储体的一列表示“二极管或门”，因此，存储体可以画成或阵列



ROM的特点：

- 输入地址和存储信息一一对应
- 与阵列是译码器，包括全部最小项，信息表完全

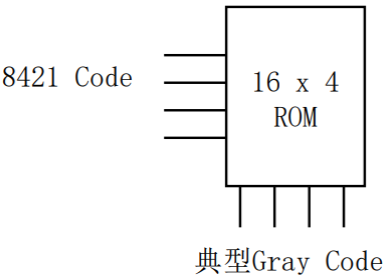


圆圈节点：固定连接 / 已变成连接
叉叉节点：可编程连接

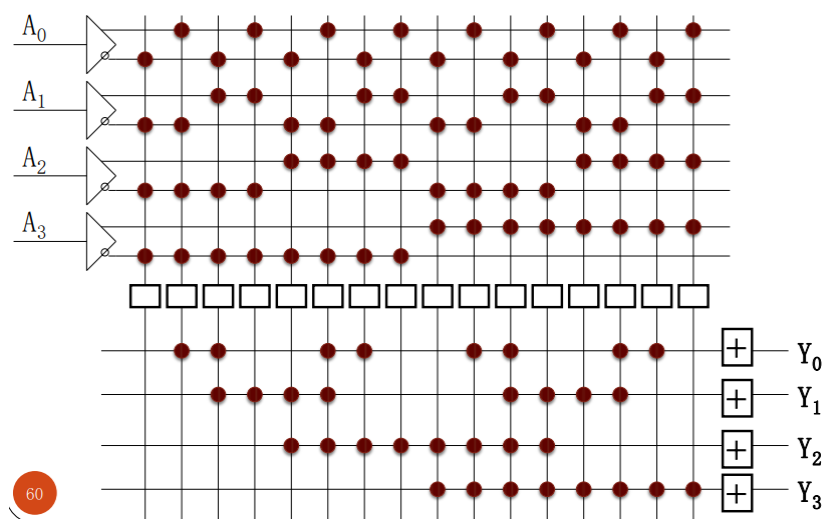
2. ROM的应用

码制变换

8421 => 典型的Gray Code
ROM中存储真值表（或阵列）

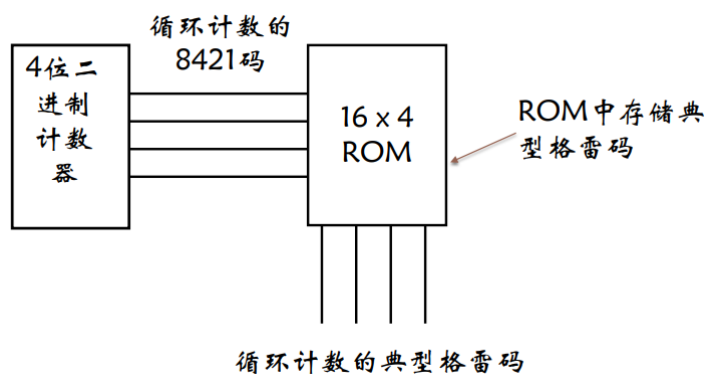


十进制数	8421码	典型格雷码
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1101
10	1010	1111



其中，与阵列为 $8 \times 16 = 128$ ，或阵列 $4 \times 16 = 64$ ，总点数为192

- 用4为二进制计数器 + ROM实现典型格雷码计数器



三位二进制数的平方

ROM是用与门构成的变量译码器及或门组合而成
将真值表存储在ROM里实现组合函数的功能
可以用软件方式来建立布尔函数的信息

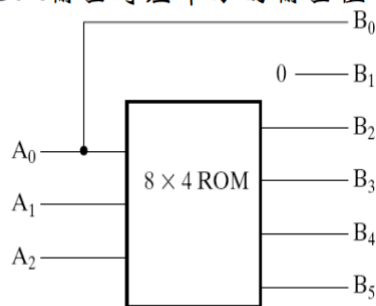
Inputs			Outputs						Decimal
A ₂	A ₁	A ₀	B ₅	B ₄	B ₃	B ₂	B ₁	B ₀	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
0	1	0	0	0	0	1	0	0	4
0	1	1	0	0	1	0	0	1	9
1	0	0	0	1	0	0	0	0	16
1	0	1	0	1	1	0	0	1	25
1	1	0	1	0	0	1	0	0	36
1	1	1	1	1	0	0	0	1	49

B0与A0相同

B1为恒"0"

可选择8×4bit的ROM

ROM输出对应平方的输出值



A ₂	A ₁	A ₀	B ₅	B ₄	B ₃	B ₂
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	1
0	1	1	0	0	1	0
1	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1	0
1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	0	0

3. 可编程逻辑阵列 PLA

PLA针对ROM的逻辑压缩：ROM的与阵列不一定产生所有的最小项，只需产生逻辑函数所需的乘积项即可

PROM：与阵列固定、或阵列可编程

PLA：与、或阵列均可编程

PAL：与阵列可编程、或阵列固定

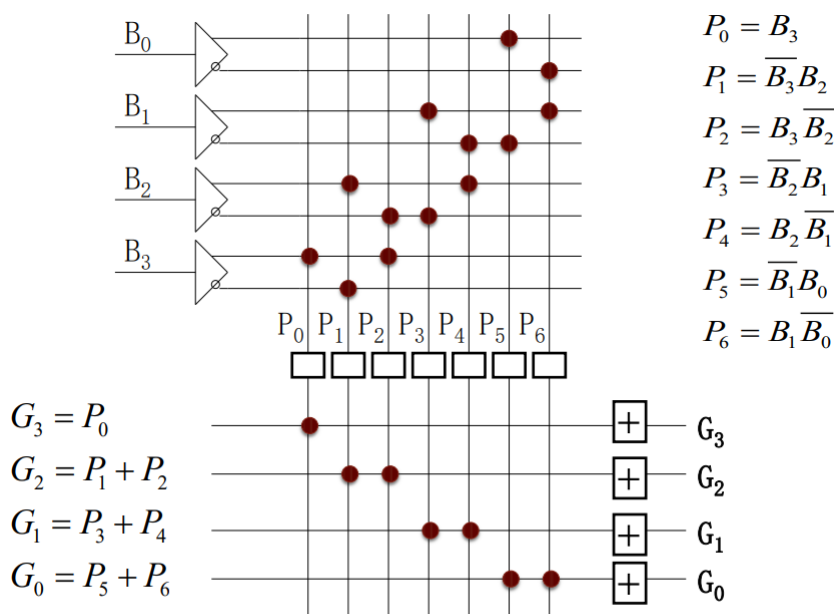
- PLA实现组合逻辑时，将逻辑表达式写成最简与-或表达式，在用与项的“或”操作构成或阵列
- 【例：用PLA实现8421码到格雷码】

□ 8421码表示为B₃B₂B₁B₀，格雷码表示为G₃G₂G₁G₀。

□ 格雷码和8421码的转换关系如下：

$$\begin{aligned}
 G_3 &= B_3 \\
 G_2 &= B_3 \oplus B_2 = \overline{B_3}B_2 + B_3\overline{B_2} \\
 G_1 &= B_2 \oplus B_1 = \overline{B_2}B_1 + B_2\overline{B_1} \\
 G_0 &= B_1 \oplus B_0 = \overline{B_1}B_0 + B_1\overline{B_0}
 \end{aligned}
 \rightarrow
 \begin{aligned}
 P_0 &= B_3 \\
 P_1 &= \overline{B_3}B_2 \\
 P_2 &= B_3\overline{B_2} \\
 P_3 &= \overline{B_2}B_1 \\
 P_4 &= B_2\overline{B_1} \\
 P_5 &= \overline{B_1}B_0 \\
 P_6 &= B_1\overline{B_0}
 \end{aligned}$$

将每个不同的与项用乘积项Pi表示



与阵列 $8 \times 7 = 56$, 或阵列 $4 \times 7 = 28$, 总点数 84

- PLA与ROM的区别
 - ROM的信息表原封不动, 全译码
 - PLA作了逻辑压缩, 信息表改动很大, 但逻辑上等价

PROM, PLA, PAL对比

■ PROM

- 与阵列固定, 或阵列可编程, 实现组合逻辑
- 实现时序逻辑电路需要外加触发器

■ PLA

- 与或阵列均可编程, 实现组合逻辑
- 实现时序逻辑电路需要外加触发器

■ PAL

- 与阵列可编程, 或阵列固定
- 不同的芯片可实现不同的逻辑, 有些PAL只能实现组合逻辑电路, 有些只能实现时序逻辑电路。
- 一次性编程

PROM, PLA, PAL对比

■ PROM、PLA、PAL共同存在的问题:

- 不存在只用一种芯片, 即可以实现组合逻辑电路, 又可以实现时序逻辑电路

■ GAL是为解决这一问题而产生的芯片

- GAL: 通用阵列逻辑 (General Array Logic)

- PLA的容量表示: (输入数) $\times$ (P 项数) $\times$ (输出数)
- 可编程期间工艺演化过程

可编程器件工艺演化过程

■ PROM → PLA

- 或阵列可编程
- 与、或阵列都可编程，灵活，节省码点

■ PLA → PAL

- 工艺：简化工艺，降低成本(熔丝工艺，一次编程)
- 结构：输入/输出公用
- PAL是专用词，MMI公司的产品

■ PAL → GAL

- 工艺：电可擦除，多次编程。(Lattice公司1985年专利)
- 结构：输出宏单元，更通用，
- 或阵列不可编程

2.7 运算器 (算术逻辑单元ALU)

1. 加法器 Adder

采用与或非门实现：

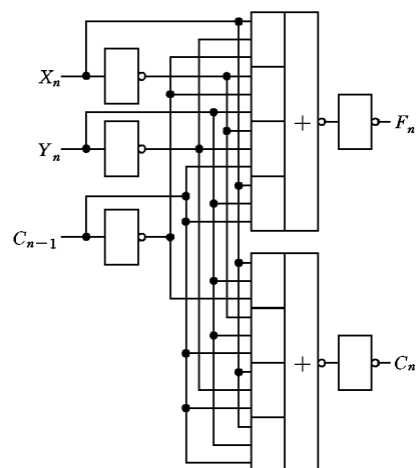
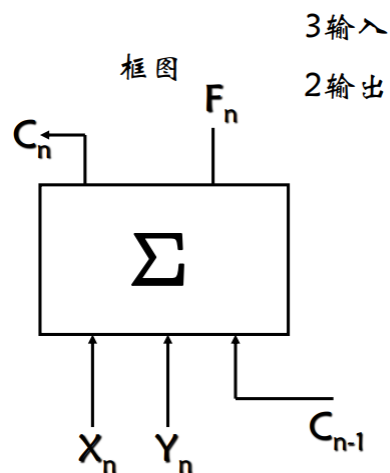
- 三级门延迟

真值表

X_n	Y_n	C_{n-1}	F_n	C_n
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
0	1	0	1	0
1	1	0	0	1
0	0	1	1	0
1	0	1	0	1
0	1	1	0	1
1	1	1	1	1

$$F_n = X_n \overline{Y_n} \overline{C_{n-1}} + \overline{X_n} Y_n \overline{C_{n-1}} + \overline{X_n} \overline{Y_n} C_{n-1} + X_n Y_n C_{n-1}$$
$$C_n = X_n Y_n \overline{C_{n-1}} + X_n \overline{Y_n} C_{n-1} + \overline{X_n} Y_n C_{n-1} + X_n Y_n C_{n-1}$$

不化简，用全部最小项实现，需要3级门。



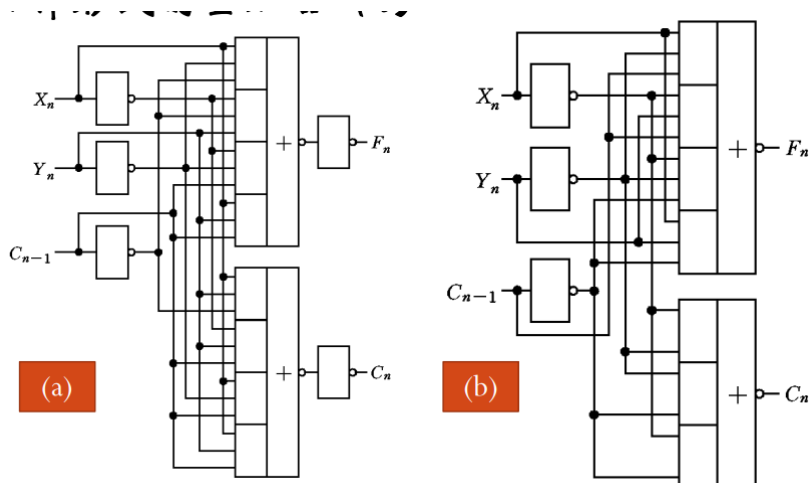
- 二级门延迟

$$\overline{F} = \overline{X_n Y_n C_{n-1}} + \overline{X_n Y_n C_{n-1}} + \overline{X_n \overline{Y_n} C_{n-1}} + \overline{X_n Y_n \overline{C_{n-1}}}$$

$$F = \overline{\overline{F}} = \overline{\overline{X_n Y_n C_{n-1}} + \overline{X_n Y_n C_{n-1}} + \overline{X_n \overline{Y_n} C_{n-1}} + \overline{X_n Y_n \overline{C_{n-1}}}}$$

$$\overline{C_n} = \overline{X_n Y_n} + \overline{X_n C_{n-1}} + \overline{Y_n C_{n-1}}$$

$$C_n = \overline{\overline{C_n}} = \overline{\overline{X_n Y_n} + \overline{X_n C_{n-1}} + \overline{Y_n C_{n-1}}}$$



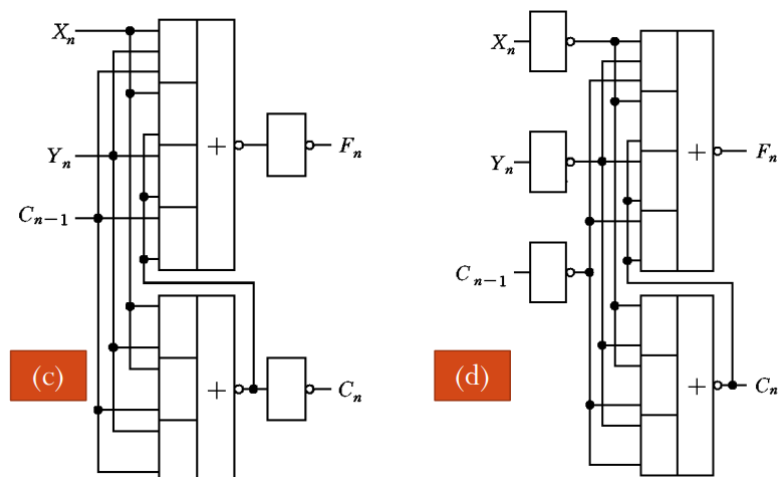
- 其它实现方式: C_n 需要二级门延迟, F_n 需要三级门延迟

$$F_n = X_n Y_n C_{n-1} + X_n \overline{C_n} + Y_n \overline{C_n} + C_{n-1} \overline{C_n}$$

$$C_n = X_n Y_n + (X_n + Y_n) C_{n-1}$$

$$F_n = \overline{\overline{X_n} \overline{Y_n} \overline{C_{n-1}}} + \overline{\overline{X_n} C_n} + \overline{\overline{Y_n} C_n} + \overline{\overline{C_{n-1}} C_n}$$

$$C_n = \overline{\overline{X_n} \overline{Y_n} + (\overline{X_n} + \overline{Y_n}) \overline{C_{n-1}}}$$



组合使用(c)和(d)可以增加进位的效率

半加器 Half Adder: 不考虑低位进位输入和向高位的进位输出, 两数码 X_n 和 Y_n 相加。

一位全加器 Full Adder

真值表达式:

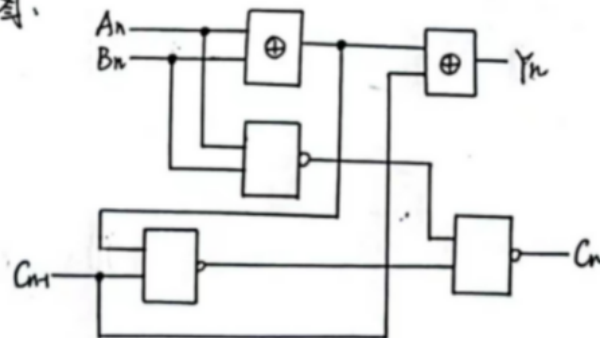
A_n	B_n	C_{n-1}	Y_n	C_n
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

逻辑表达式:

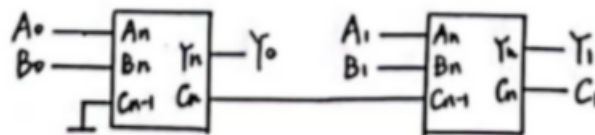
$$Y_n = A_n \oplus B_n \oplus C_{n-1}$$

$$C_n = A_n B_n + C_{n-1} (A_n \oplus B_n) = \overline{A_n B_n} \cdot \overline{C_{n-1} (A_n \oplus B_n)}$$

电路图:



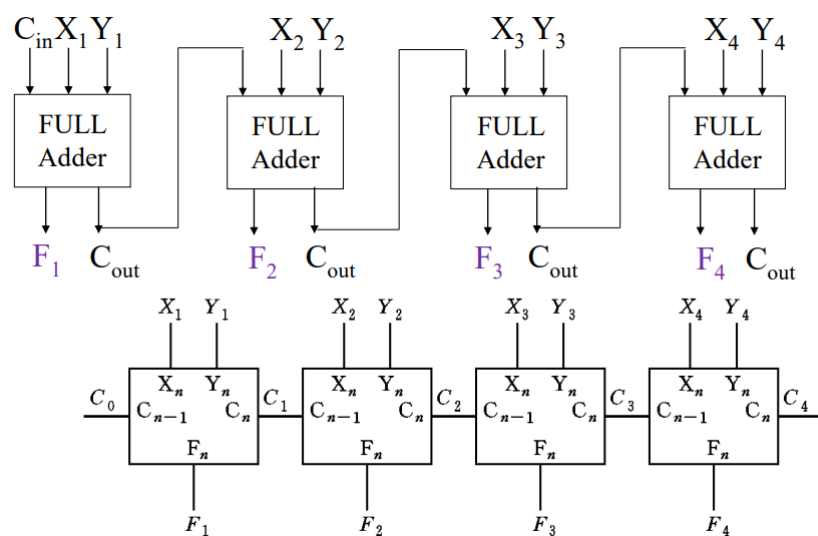
二位全加器 Full Adder



1. 四位串行进位加法器 (Ripple Adder)

计算速度受到进位的传递瓶颈。

- 使用上述(b)型加法器需要8级门延迟



- 使用上述(c)型和(d)型交叉串联: F_4 需要5级门延迟, C_4 需要4级门延迟

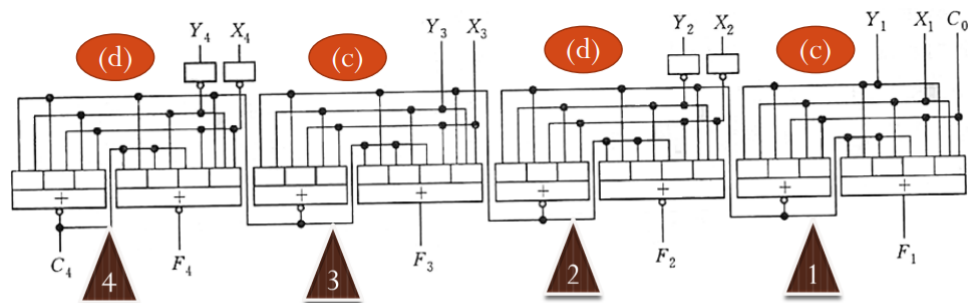


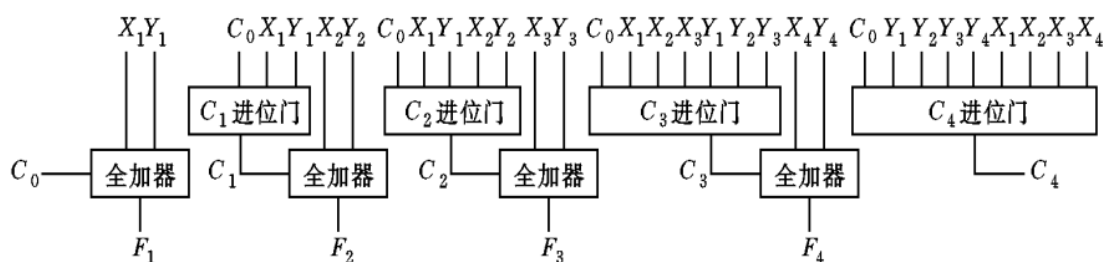
图 4-51 集成化的 4 位串行进位加法器的逻辑图

● F_1 需要 3 级， C_1 需要 2 级， F_2 需要 3 级， C_2 需要 2 级，

21 F_3 需要 5 级， C_3 需要 4 级， F_4 需要 5 级， C_4 需要 4 级。

2. 四位并行进位加法器 (Look-ahead Adder)

进位输入是由专门的“进位门”总和所有低位的加数、被加数及最低位进入输入后提供的
又称超前进位加法器或快速加法器



$$C_1 = X_1 Y_1 + (X_1 + Y_1) C_0$$

$$C_2 = X_2 Y_2 + (X_2 + Y_2) X_1 Y_1 + (X_2 + Y_2) (X_1 + Y_1) C_0$$

$$C_3 = X_3 Y_3 + (X_3 + Y_3) X_2 Y_2 + (X_3 + Y_3) (X_2 + Y_2) X_1 Y_1 + (X_3 + Y_3) (X_2 + Y_2) (X_1 + Y_1) C_0$$

$$C_4 = X_4 Y_4 + (X_4 + Y_4) X_3 Y_3 + (X_4 + Y_4) (X_3 + Y_3) X_2 Y_2 + (X_4 + Y_4) (X_3 + Y_3) (X_2 + Y_2) X_1 Y_1 + (X_4 + Y_4) (X_3 + Y_3) (X_2 + Y_2) (X_1 + Y_1) C_0$$

$G_i = X_i Y_i$ 称为产生进位函数

$P_i = X_i + Y_i$ 称为传递进位函数

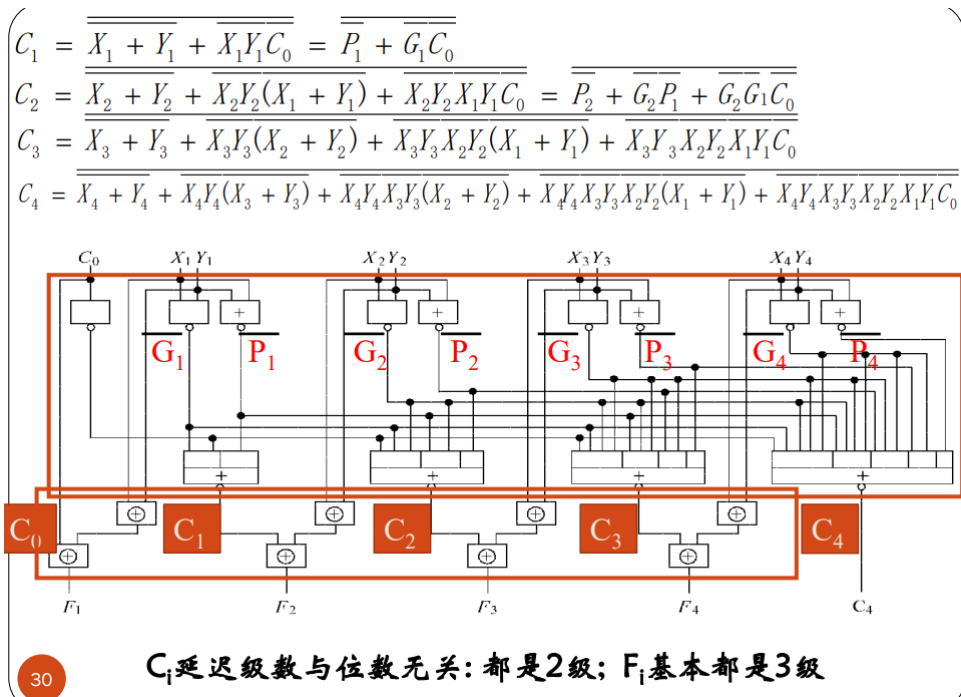
$$C_1 = X_1 Y_1 + (X_1 + Y_1) C_0 = G_1 + P_1 C_0$$

化简：

$$\overline{C_1} = (\overline{X_1 + Y_1})(\overline{X_1 Y_1 + C_0}) = (\overline{X_1 + Y_1})\overline{C_0} + \overline{X_1 Y_1}$$

$$\text{得到 } C_1 = \overline{\overline{X_1 + Y_1} + \overline{X_1 Y_1} \overline{C_0}}$$

$$\text{改写为: } C_i = \overline{\overline{X_1 + Y_1} + \overline{X_1 Y_1} \overline{C_0}} = \overline{P_1 + G_1 C_0}$$



C_i 延迟级数与位数无关：都是2级

F_i 延迟级数基本都是3级

3. 16位加法器

- 16为串行加法器

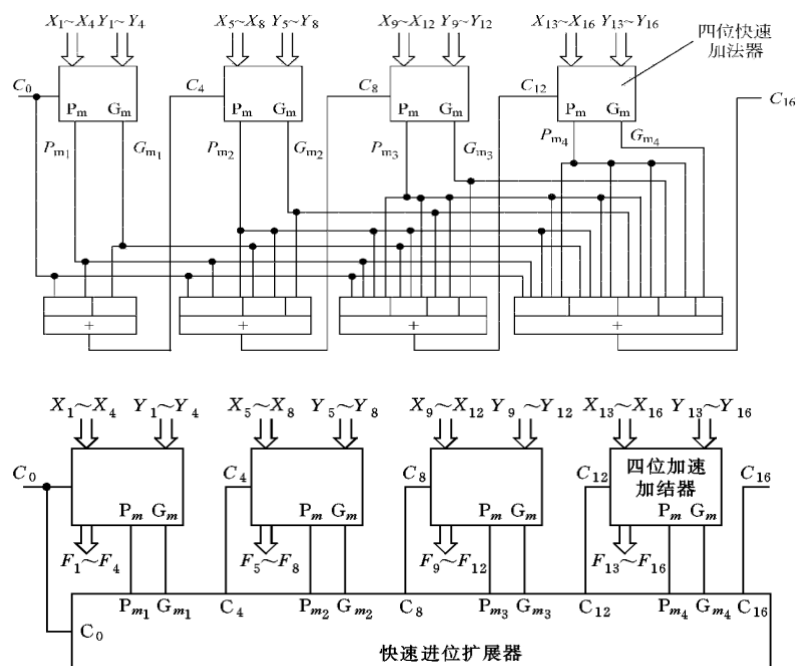
用4片四位并行加法器串行组成16为快速加法器

此时， C_{16} 为8级门延迟， $F_{13} \sim F_{16}$ 需要9级门延迟， $C_n = \frac{n}{2}$ 级

- 16为并行加法器

用类似四位并行加法器中 C_1 、 C_2 、 C_3 、 C_4 形成的原理，去形成片间快速进位 C_4 、 C_8 、 C_{12} 、 C_{16}

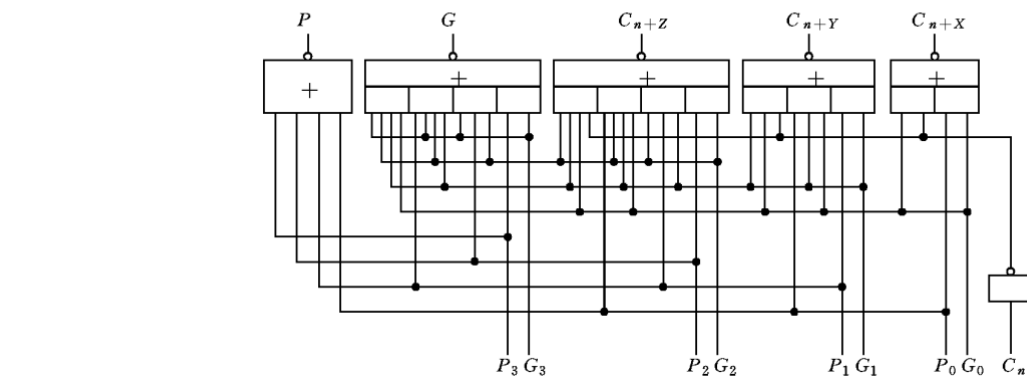
超前进位扩展器：使得 C_4 、 C_8 、 C_{12} 、 C_{16} 同时产生



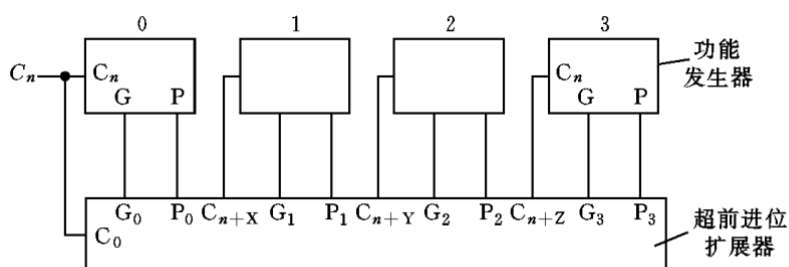
四位并行加法器的输出提供 P_m 、 G_m 需2级延迟。

产生 C_4 、 C_8 、 C_{12} 、 C_{16} 的延迟3级， $F_1 \sim F_4$ 要3级， $F_5 \sim F_{16}$ 要6级。

和4位加法器（或4位ALU）连用的超前进位扩展器专用器件(SN74182) (P146)

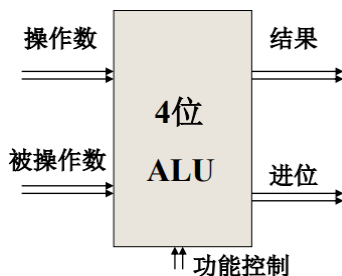


4位ALU和超前进位扩展器组成16位快速运算单元 (P146)



2. 算术运算逻辑单元 (ALU)

以4为算术逻辑运算单元为例



4位ALU的实现

1. 控制4位加法器中的进位逻辑，获得多种运算能力

- 简单、运算种类较少
- 在控制信号 C_{INH} 、 E_{INH} 的作用下，可以完成4位数的加、比较和逻辑乘（与）运算

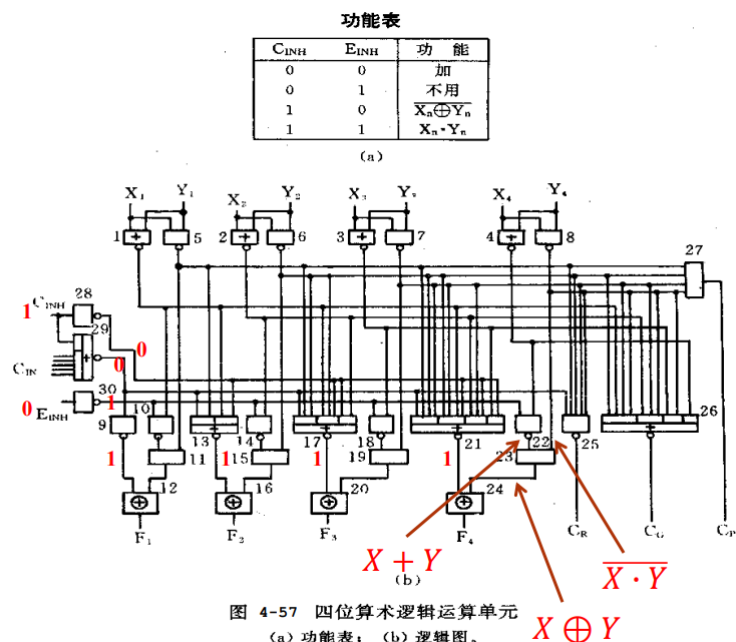


图 4-57 四位算术逻辑运算单元
(a) 功能表; (b) 逻辑图。

电路1: 功能控制加在进位门和半加器

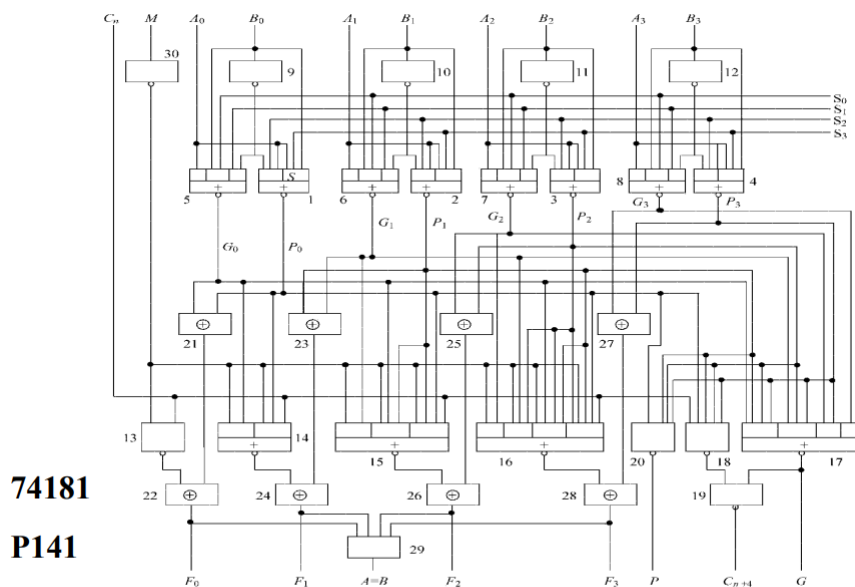
2. 改变加法器中的 G_i 和 P_i 来获得多种运算能力

- 运算种类多, 但运算单元结构较复杂
- 能执行16中算术运算和16种逻辑运算

4位ALU功能表 (SN74181)

M 是状态控制端, $M="H"$, 执行逻辑运算, 反之, 执行算术运算。

S_3	S_2	S_1	S_0	正 逻 辑			负 逻 辑		
				$M=H$ 逻辑 运算	$M=L$	算术运算	$M=H$ 逻辑 运算	$M=L$	算术运算
					$C_n=1$	$C_n=0$		$C_n=1$	$C_n=0$
L	L	L	L	$\overline{A}$	A	A 加 1	$\overline{A}$	A 减 1	A
L	L	L	H	$\overline{A+B}$	$A+B$	(A+B) 加 1	$\overline{A \cdot B}$	(A·B) 减 1	$A \cdot B$
L	L	H	L	$\overline{A \cdot B}$	$A+B$	(A+B) 加 1	$\overline{A+B}$	(A·B) 减 1	$A \cdot B$
L	L	H	H	"0"	减 1	0	1	减 1	0
L	H	L	L	$\overline{A \cdot B}$	A 加(A·B)	A 加(A·B) 加 1	$\overline{A+B}$	A 加(A+B)	A 加(A+B) 加 1
L	H	L	H	B	(A·B) 加(A+B)	(A·B) 加(A+B) 加 1	B	(A·B) 加(A+B)	(A·B) 加(A+B) 加 1
L	H	H	L	$A \oplus B$	A 减 B 减 1	A 减 B	$\overline{A \oplus B}$	A 减 B 减 1	A 减 B
L	H	H	H	$A \cdot B$	(A·B) 减 1	$A \cdot B$	$A+B$	$A+B$	(A+B) 加 1
H	L	L	L	$\overline{A+B}$	A 加(A·B)	A 加(A·B) 加 1	$\overline{A \cdot B}$	A 加(A+B)	A 加(A+B) 加 1
H	L	L	H	$\overline{A \oplus B}$	A 加 B	A 加 B 加 1	$A \oplus B$	A 加 B	A 加 B 加 1
H	L	H	L	B	(A·B) 加(A+B)	(A·B) 加(A+B) 加 1	B	(A·B) 加(A+B)	(A·B) 加(A+B) 加 1
H	L	H	H	$A \cdot B$	(A·B) 减 1	$A \cdot B$	$A+B$	$A+B$	(A+B) 加 1
H	H	L	L	1	A 加 A	A 加 A 加 1	0	A 加 A	A 加 A 加 1
H	H	L	H	$A+B$	A 加(A+B)	A 加(A+B) 加 1	$A \cdot \overline{B}$	A 加(A·B)	A 加(A·B) 加 1
H	H	H	L	$A+B$	A 加(A+B)	A 加(A+B) 加 1	$A \cdot B$	A 加(A·B)	A 加(A·B) 加 1
H	H	H	H	A	A 减 1	A	A	A	A 加 1

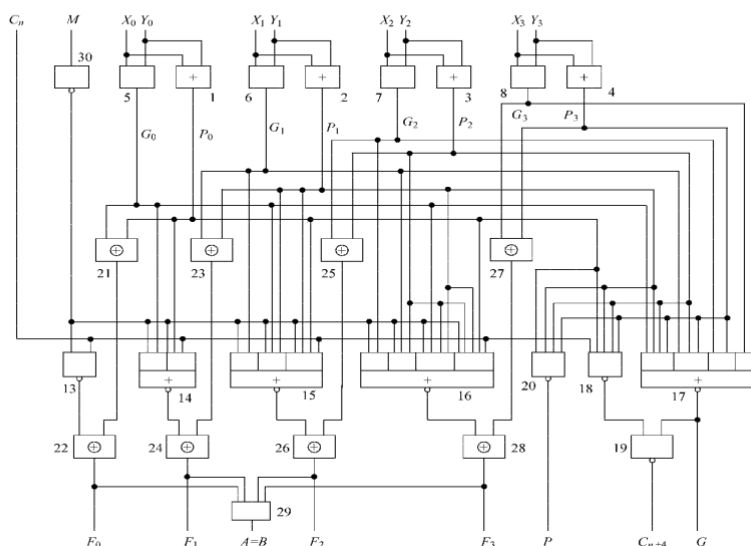


电路2: 功能控制加在输入端, 改变进位产生函数 G_i 和进位传递函数 P_i

4位ALU (SN74181)

(控制端 = HLLH)

简化逻辑图



4位ALU的功能

3 同步时序电路

组合逻辑电路某一时刻的输出只取决于此时刻的输入。

时序逻辑电路某一时刻的稳定输出不仅取决于当时的输入，还取决于过去的输入（历史状态）。

记忆元件 (Memory Devices) 是时序逻辑电路的基本原件

计算机中的实现记忆存储功能的元件有多种：磁存储、光存储、半导体存储（电存储）

时序逻辑电路中的记忆元件一定要是可以修改的，也可以控制的，这种元件称为“**触发器**”。

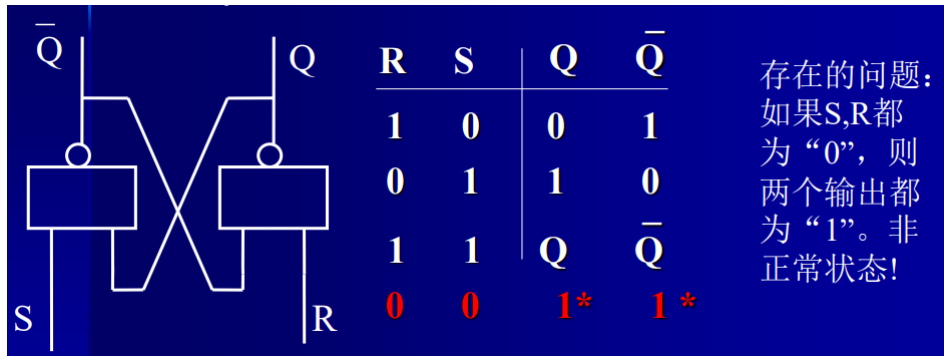
1. **反馈**：把输出接到输入

- 与门的“反馈功能”：一旦输入为 0，输出永远为 0；可以记住“过去曾经”输入为 0
- 或门的“反馈功能”：一旦输入为 1，输出永远为 1；可以记住“过去曾经”输入为 1

2. 交叉耦合电路——RS基本触发器

可以任意修改，输出有正负两种状态；当Input撤除时，触发器保持状态（记忆功能）

R表示Reset, S表示Set, RS基本触发器可以设置一个比特的状态



R = 1, S = 1: 保持（存）原来的状态

R, S = {1, 0}: 写入（写）状态

3.1 触发器

定义：能存储一位二进制数的记忆元件，英文缩写FF (Flip-Flop)

分类：

(*) 重点 = 边沿触发方式的D触发器 + JK触发器

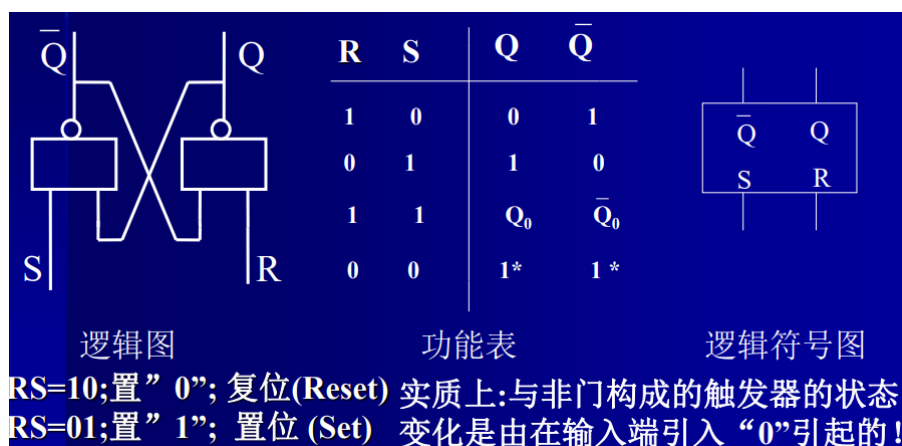
- 按时钟（Clock Pulse）控制方式分类：
 - 电位触发方式FF（Level Trigger）
 - 边沿触发方式FF（Edge-Trigger）
 - 主-从触发方式FF（Master-Slave 或 Pulse-Trigger）
- 按功能来分类：
 - D触发器（Delay）
 - R-S触发器（Set-Reset）
 - J-K触发器
 - T触发器（Toggle）

1. 基本R-S触发器

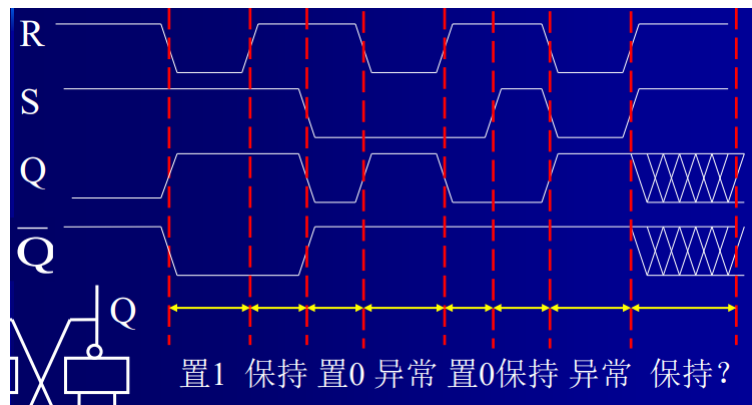
与非门构成的“直接置位-复位型R-S触发器”

(*) 逻辑符号图：从下往上，从左往右 = 输入到输出

有两个稳定的状态，可以存储一位二进制数，因此叫“双稳态”（Bi-stable）触发器



- R-S基本触发器时序图（Timing Diagram）



RS由 00 变为 11，下一状态不定（取决于 S 和 R 对应门延迟的大小），因此称之为“异常”
由或非门和与或非门组成的R-S基本触发器同样存在这一问题

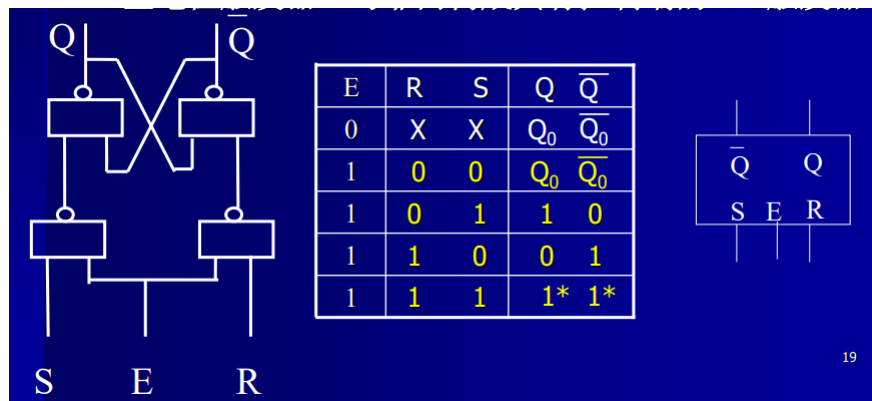
2. 电位触发方式的触发器

电位触发方式FF (Level Trigger)

• 与非门构成具有控制端的R-S触发器

当触发器的同步控制信号 E 为 1 时，触发器接收数据，输入数据的变化会在输出端得到反映
当 E 为 0 时，触发器的状态保持不变

(*) 采用与非门实现 E（而不是或门）是为了保持结构的一致性（R-S基本触发器由与非门构成）

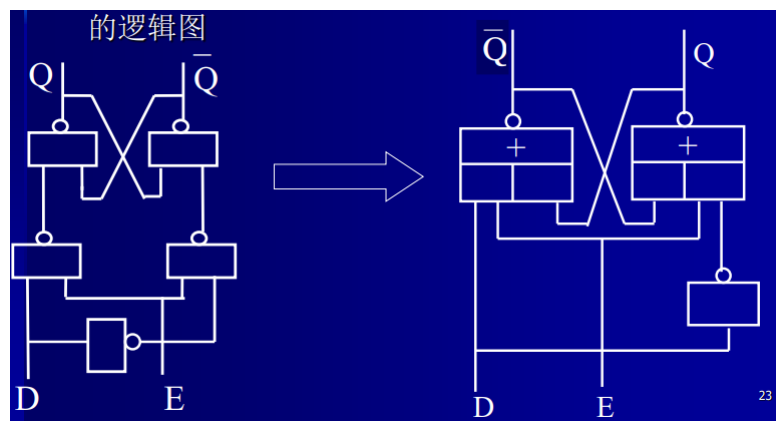


问题：E=1，R-S="11" 的时候，同样存在不定状态

• 输入由 R, S 双端输入改为单端输入：电位型D触发器

控制端控制状态保持，输入端保证为 01 或 10

电位触发方式：在控制电位 E 的控制下接收数据（将 E 的地方加反相器可以更改约定状态）

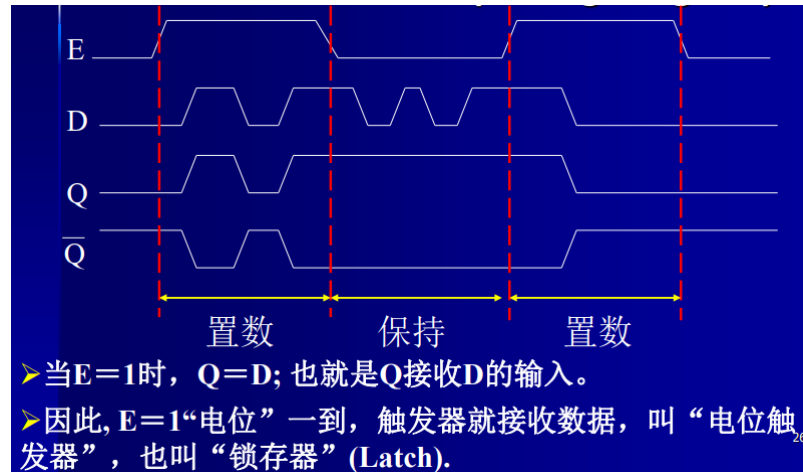


E	D	Q	$\overline{Q}$
1	D	D	$\overline{D}$
0	X	Q_0	$\overline{Q_0}$

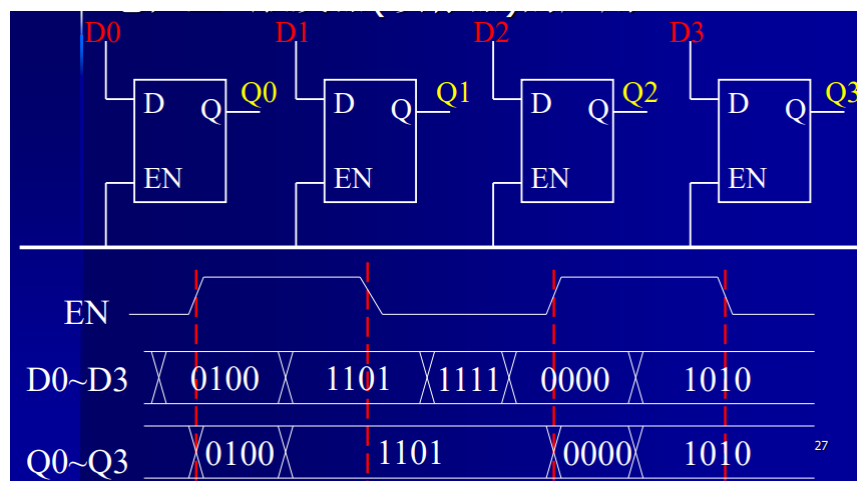
E=1, D以互补形式进入, Store (置数)

E=0, D被封锁, Hold (保持)

- 电位型D触发器时序图 (Timing Diagram)

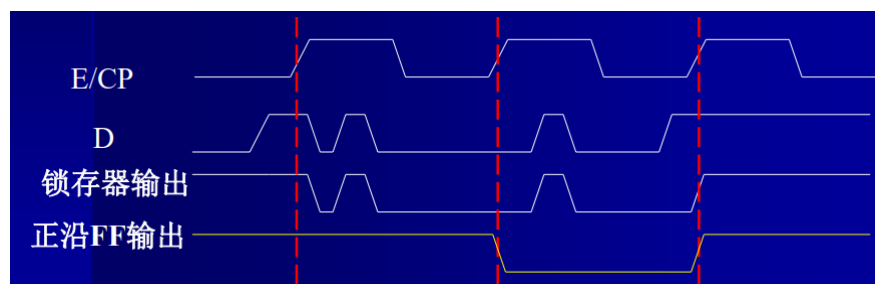


- 电位型D触发器 (锁存器) 的应用



电位型D触发器 (锁存器) 存在的问题:

- 抗干扰能力较差
- 期望: 接收使能 (时钟) 脉冲某一跳变来到时, 输出才变化为输入的值
时钟周期 = 上升沿 + 高电平 + 下降沿 + 低电平



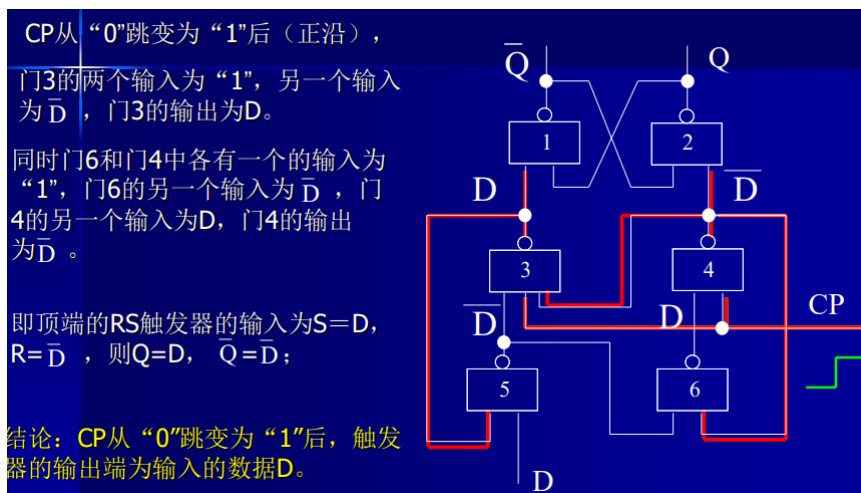
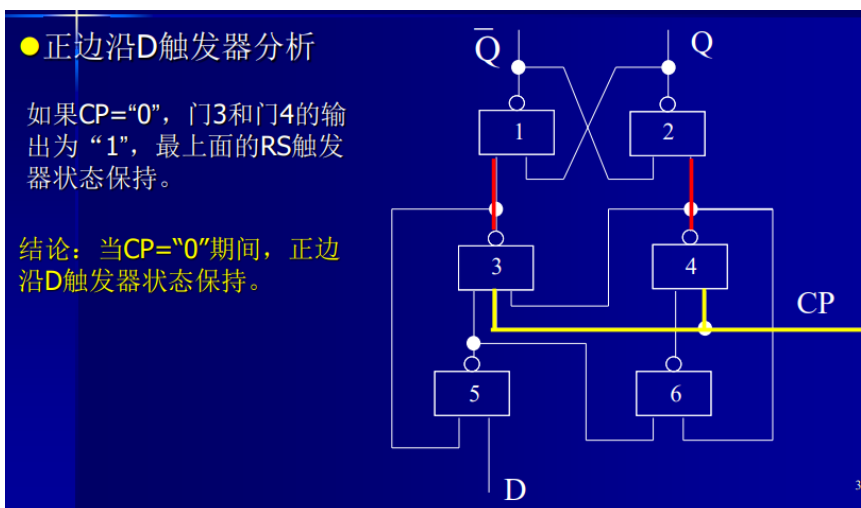
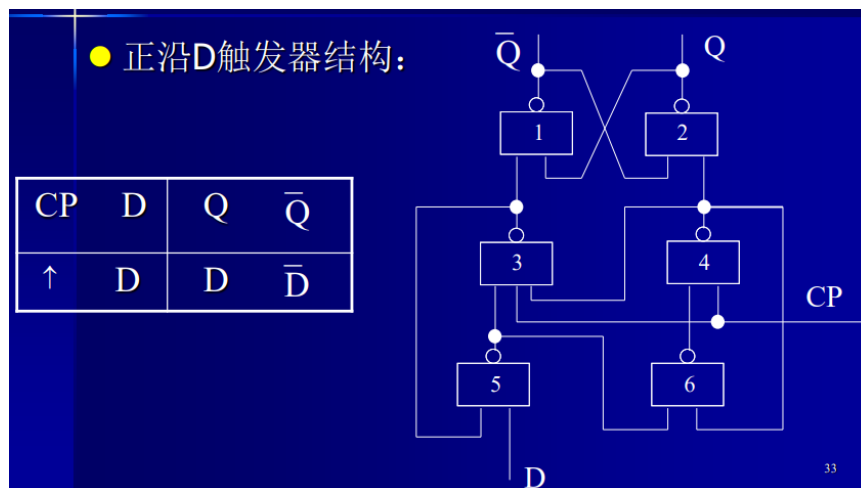
3. 边沿触发方式的触发器（正边沿D触发器）

正边沿：时钟周期中的上升沿

- 边沿触发方式FF（Edge-Trigger）

触发器只有在时钟输入 CP 的某一约定跳变（正跳变或负跳变）到来时，才接收输入数据
当 CP 没有跳变（CP=0 或 CP=1）期间，输入数据的变化不会引起触发器输出状态的变化
当 CP 的非约定跳变到来时，触发器也不会接收输入数据

抗干扰的核心逻辑：维持“0”阻塞“1”线，维持“1”阻塞“0”线



如果在时钟正边沿跳变时 $D = "0"$
 $CP = "1"$ 时，门3的输出为 D ，门4的输出为 $\bar{D}$
 则门3的输出由“1”变为“0”。不论 D 如何变化，门5的输出为“1”，门3的输出保持为“0”。门6的输出为“0”，门4的输出为“1”。
 顶端RS触发器的输出保持 $Q = "0"$ ， $\bar{Q} = "1"$ 。
 在D触发器结构中，该线称为维持“0”阻塞“1”线。
 结论：时钟正边沿跳变时，如果 $D = "0"$ ，
 则 $Q = "0"$ 之后输出的状态不受 D 变化的影响。

36

如果在时钟正边沿跳变时 $D = "1"$
 则门3的输出为“1”。门4的输出由“1”变为“0”
 门6的输入为“0”，门4的输出为“0”，
 不受 D 变化的影响。
 由于门4的输出为“0”，强制门3的输出为“1”，门3的输出也不受 D 变化的影响。
 顶端RS触发器的输出保持 $Q = "1"$ ， $\bar{Q} = "0"$ 。
 在D触发器结构中，该线称为维持“1”阻塞“0”线。
 结论：时钟正边沿跳变时，如果 $D = "1"$ ，
 $Q = "1"$ 之后输出的状态不受 D 变化的影响。

37

CP 从“1”跳变为“0”后（负沿）
 门3和门4的输出均为“1”，不论输入 D 如何变化，顶端的RS触发器状态保持。
 结论：当 CP 从“1”跳变为“0”后，正边沿D触发器状态保持。

• 正沿D触发器的开关特性

- 数据建立时间 t_{su} (set up)：在时钟的上升沿之前多长时间必须给出数，
 $t_{su} \geq 5\text{门延迟} + 6\text{门延迟}$ （两级门延迟）
 必须在时钟的低电平时间！
- 数据保持时间 t_h (hold)：数来了之后需要保持的时间，
 $t_h \geq \text{MAX}(t_{pd3}, t_{pd4})$ （一级门延迟）
 必须在时钟的高电平时间！

- **传输延迟参数** t_{pd} : time propagation delay

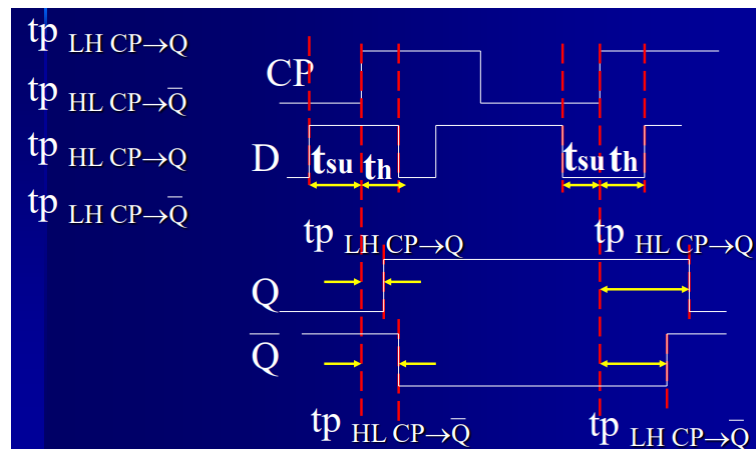
$t_{pLH:CP \rightarrow Q}$: 约定的时钟到来时 Q 从低电平 (L) 到电平 (H) 跳变的时间

$t_{pHL:CP \rightarrow \bar{Q}}$: 约定的时钟到来时 $\bar{Q}$ 从电平 (H) 到电平 (L) 跳变的时间

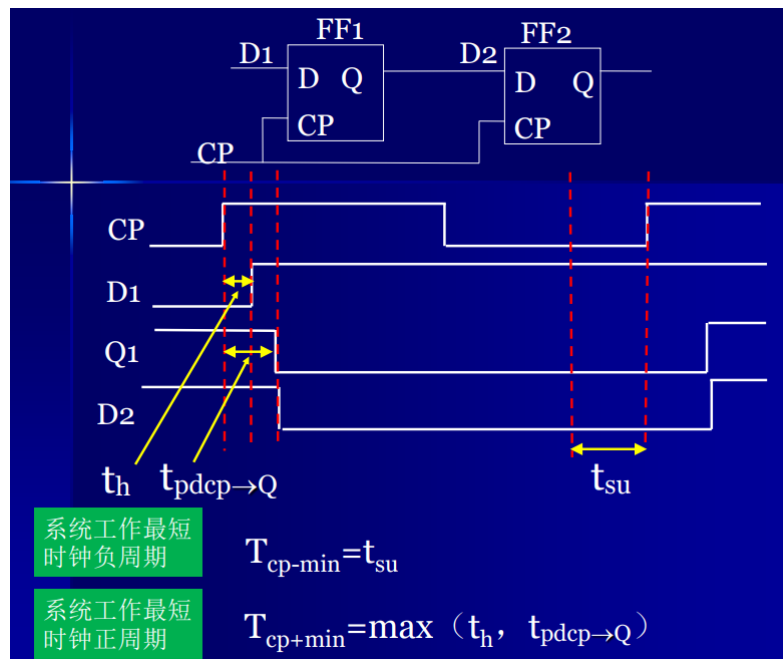
$t_{pHL:CP \rightarrow Q}$: 约定的时钟到来时 Q 从电平 (H) 到电平 (L) 跳变的时间

$t_{pLH:CP \rightarrow \bar{Q}}$: 约定的时钟到来时 $\bar{Q}$ 从低电平 (L) 到电平 (H) 跳变的时间

$t_{pd:CP \rightarrow Q}$ 必须在时钟的高电平时间!



- **多个触发器组成的电路最高时钟频率**

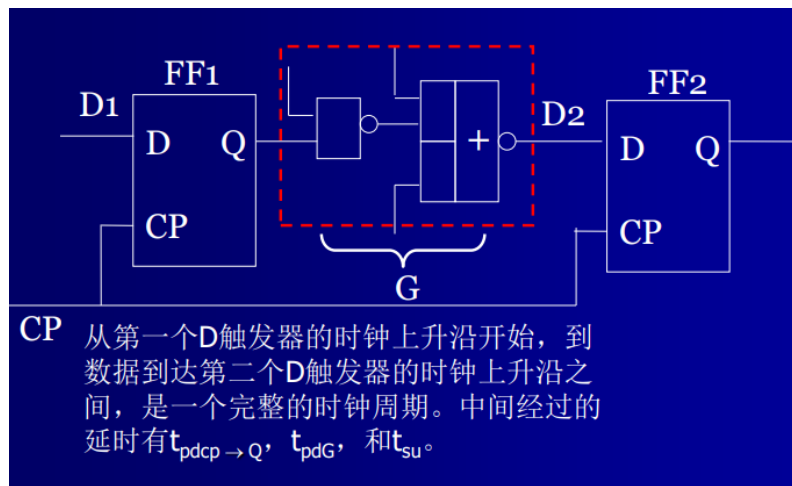


系统工作最短时钟负周期: $T_{cp_min} = t_{su}$

系统工作最短时钟正周期: $T_{cp_min} = \max(t_h, t_{pdcp \rightarrow Q})$

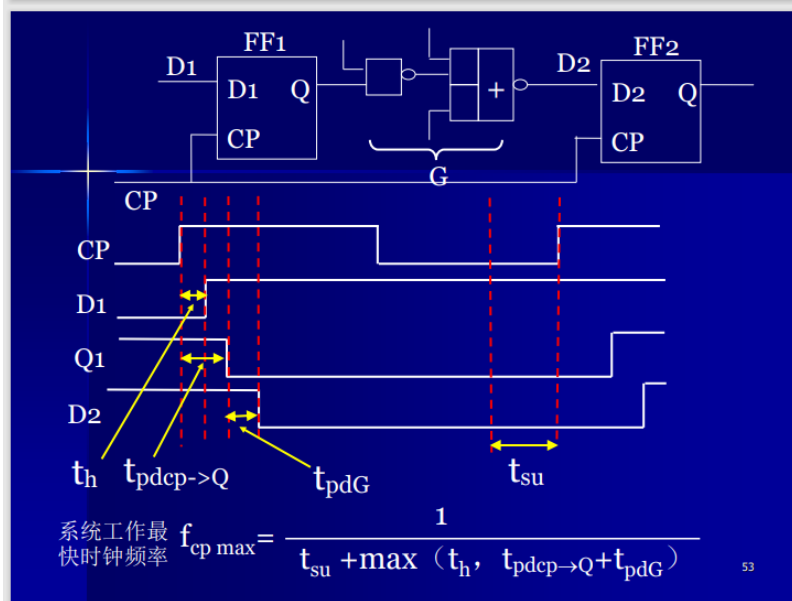
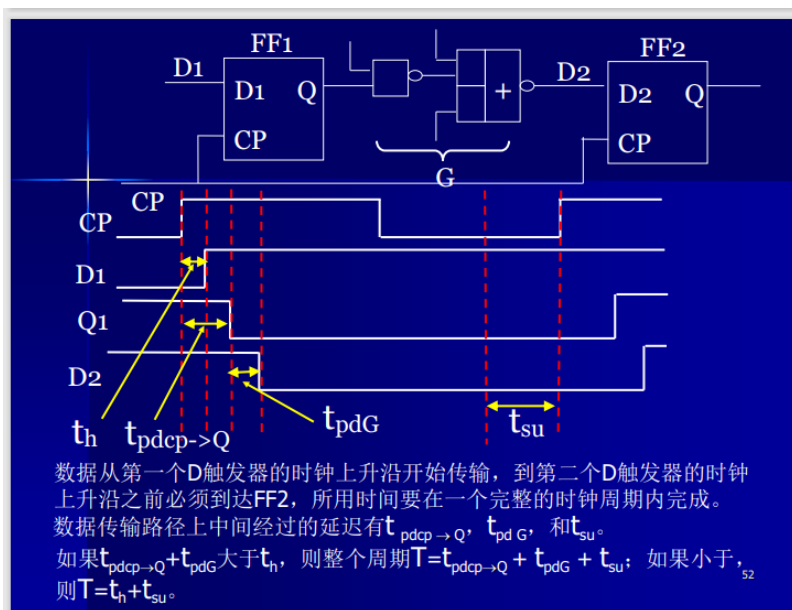
系统工作最快时钟频率: $f_{cp_max} = \frac{1}{t_{su} + \max(t_h, t_{pdcp \rightarrow Q})}$

- **多个触发器组成的电路最高时钟频率**



分析：

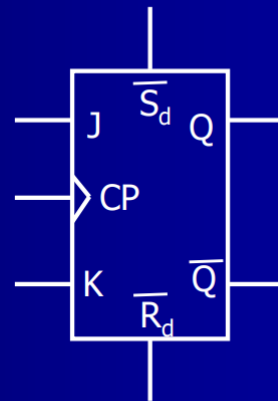
如下图分析，可以想办法把 t_{pdG} 分配在高/低电平，这样可以使得取 max 的时候不占时间，下图中分配在了高电平，因此最快时钟频率表达式中没有 t_{su}



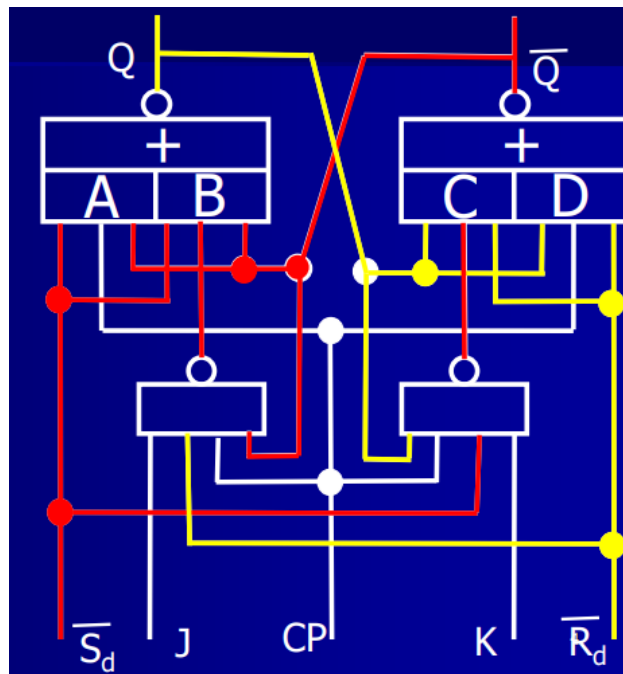
4. 负边沿JK触发器

该结构的基本要求: $t_{pd\text{与非门}} > 2 \times t_{pd\text{与或非门}}$, $t_{set_up} > t_{pd\text{与非门}}$

$\overline{R_d}$	$\overline{S_d}$	CP	J	K	Q	$\overline{Q}$	
0	1	X	X	X	0	1	异步 清“0”
1	0	X	X	X	1	0	异步 置“1”
1	1	$\downarrow$	0	1	0	1	置“0”
1	1	$\downarrow$	1	0	1	0	置“1”
1	1	$\downarrow$	0	0	Q	$\overline{Q}$	保持
1	1	$\downarrow$	1	1	$\overline{Q}$	Q	翻转

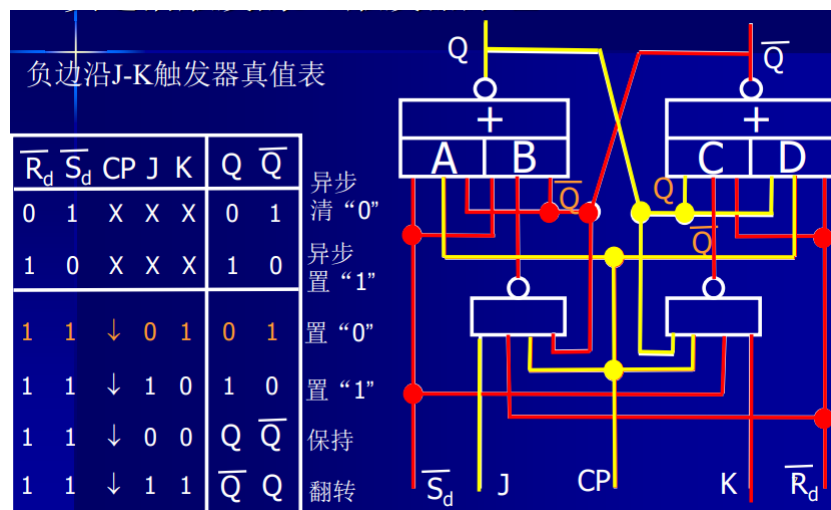


异步：跟时钟没有关系

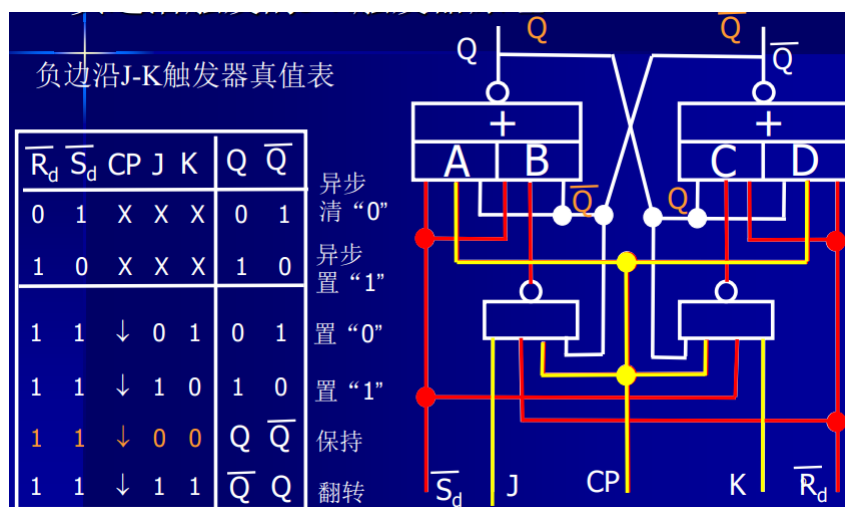


该图为 $\overline{R_d} = 0, \overline{S_d} = 1, CP = J = K = X, Q = 0, \overline{Q} = 1$ 的情形，红色为高电平1，黄色为低电平0，另一个异步情况同理

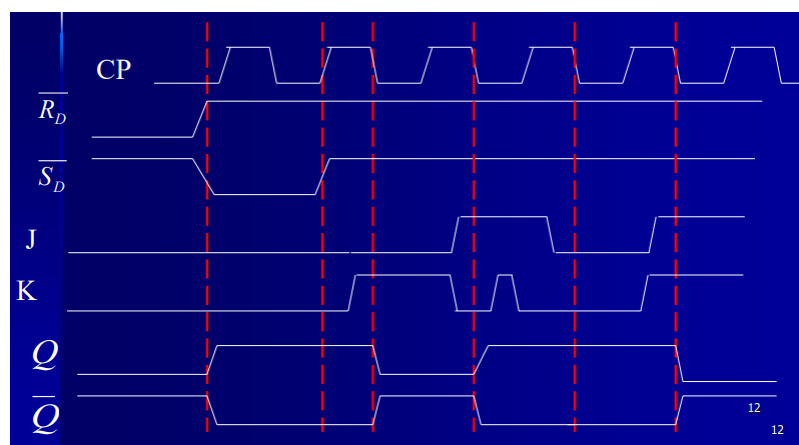
1. $\overline{R_d} = 1, \overline{S_d} = 1, CP = \downarrow, J = 0, K = 1, Q = 0, \overline{Q} = 1$: 置0; 置1的情况类似
此时, $t_{hold} = 0$ 即可



2. $\overline{R_d} = 1, \overline{S_d} = 1, CP = \downarrow, J = 0, K = 0, Q = Q_0, \overline{Q} = \overline{Q_0}$: 保持; 翻转情况类似



3. 时序图



5. 主-从触发方式的触发器

由两级电位触发器（主触发器和从触发器）串连而成

CP=1 期间，主触发器接收数据，从触发器封锁

在负跳变到来时，主触发器封锁，从触发器将接收CP负跳变时主触发器的状态。

常用的有：主从R-S触发器，主从J-K触发器

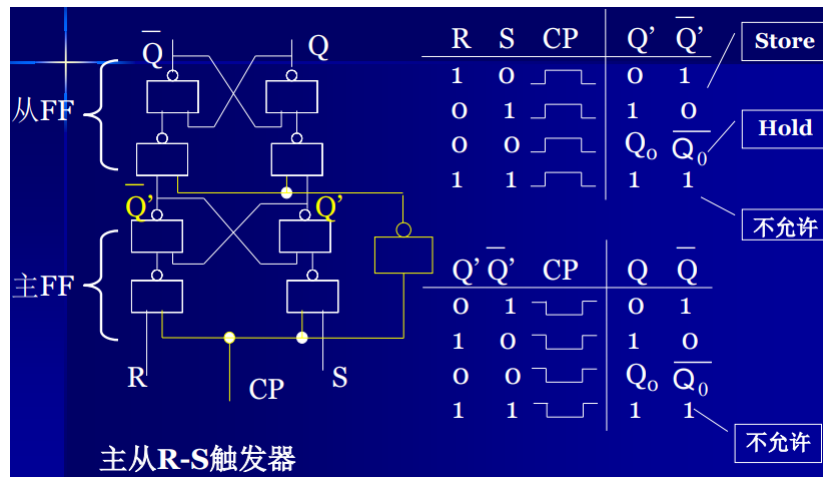
U盘的四根针：VCC, GND, TX（读），RX（写）——只能用电位触发，没有时钟

- 主从R-S触发器

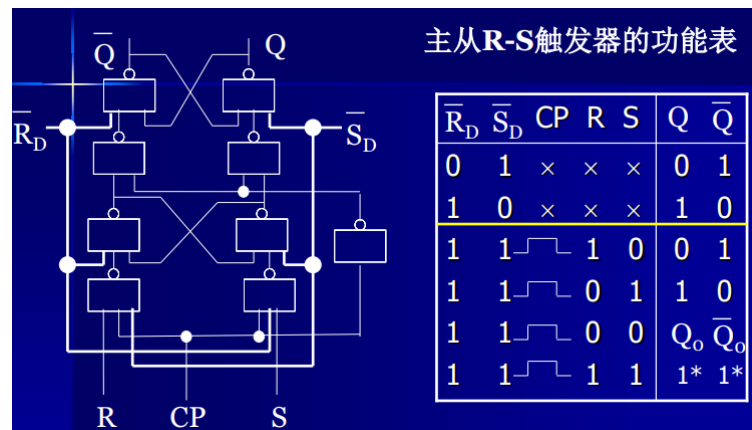
由两个R-S电位触发器组成

正脉冲期间主触发器接受输入，从触发器关闭

负脉冲期间主触发器状态打入从触发器，从而保证稳定接受



主从R-S触发器异步置位/复位端:

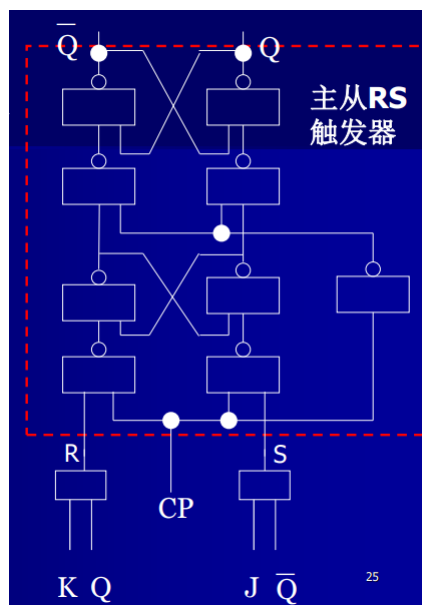


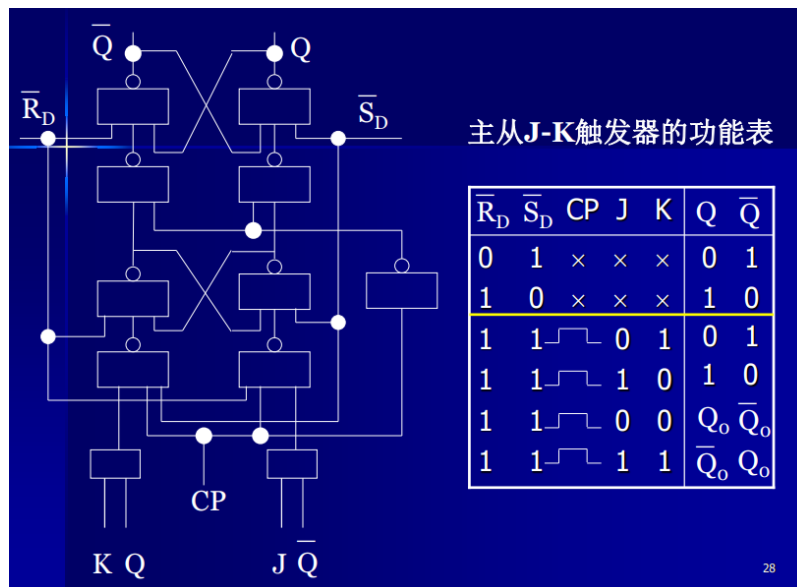
- 主从J-K触发器

将Q和Q非反馈接到输入

在正脉冲期间，主触发器接收是JQ, KQ

负脉冲期间，主触发器状态打入从触发器，又称“脉冲触发器”





主从R-S触发器的功能表							主从J-K触发器的功能表						
$\overline{R}_D$	$\overline{S}_D$	CP	R	S	Q	$\overline{Q}$	$\overline{R}_D$	$\overline{S}_D$	CP	J	K	Q	$\overline{Q}$
0	1	x	x	x	0	1	0	1	x	x	x	0	1
1	0	x	x	x	1	0	1	0	x	x	x	1	0
1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0
1	1	1	0	0	Q_0	$\overline{Q}_0$	1	1	1	0	0		
1	1	1	1	1	1*	1*	1	1	1	1	1		

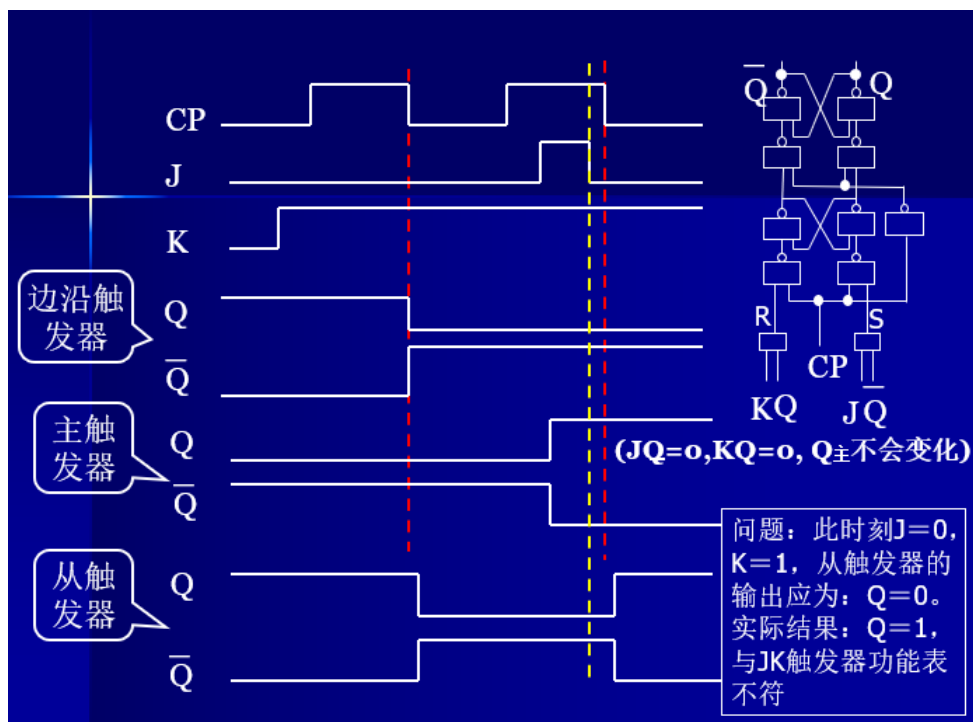
主从J-K触发器功能表的前提：只是在 CP=1 期间，J, K 不发生变化的前提下给出的（此时，主从J-K触发器与复变艳J-K触发器相似）

• J-K边沿触发器 vs 主从J-K触发器

主触发器在 CP=1 期间接收数据，在时钟的负跳变到来时，从触发器接收主触发器的状态。主从触发器的输出Q和状态在CP的负跳变时才发生变化，似乎是负边沿触发器

边沿触发器在约定时钟跳变到来时，输出反映的是触发器的输入数据

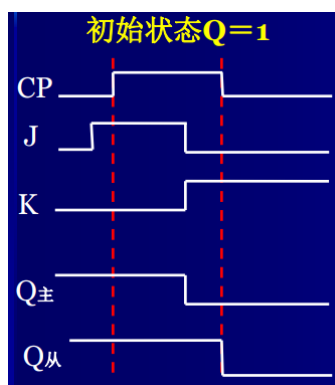
主从触发器反映的是从触发器的状态，不一定是输入J, K的状态



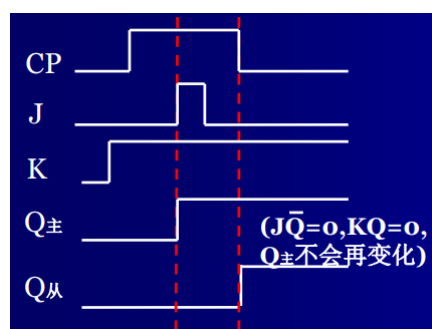
——主从J-K触发器抗干扰能力差

• 主从J-K触发器对 $CP=1$ 器件 JK 变化的波形分析

- $CP=1$ 期间, JK 不发生变化: 触发器功能正常
- $CP=1$ 期间, JK 变化一次: 可能会影响触发器状态 (跟初始状态有关)



- $CP=1$ 期间, JK 变化两次: 触发器状态不满足功能表描述



因此, 主从J-K触发器的时钟配和方式: 使用窄脉宽的CP信号, 高电平时间缩短, 可以保证主从J-K触发器正常工作

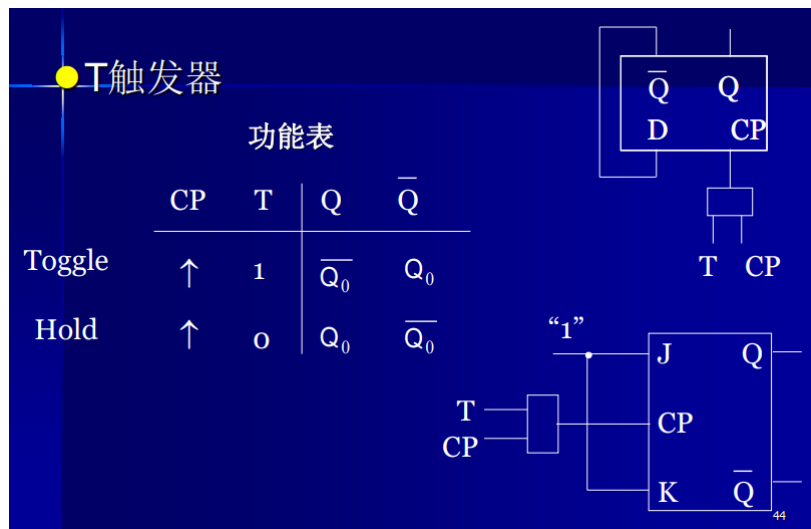


6. T触发器

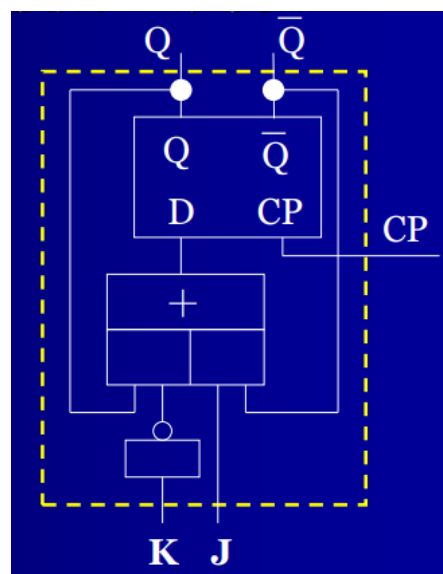
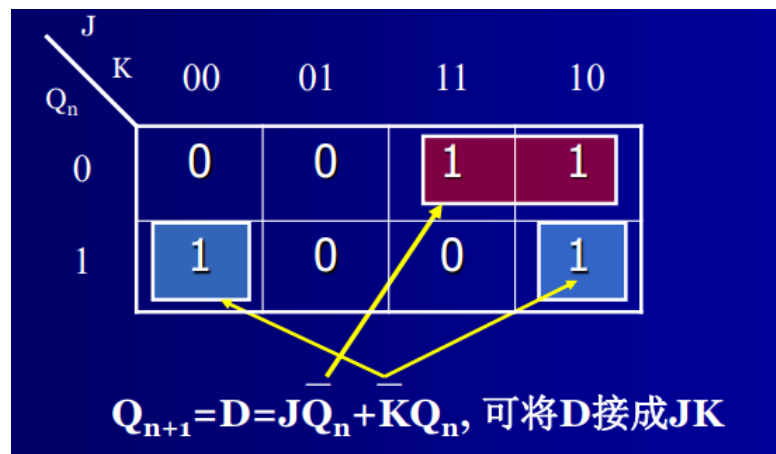
不设数据输入端，只要来一个时钟脉冲，触发器就翻转一次

T触发器可由D触发器或J-K触发器等构成

T触发器一般都是边沿触发器



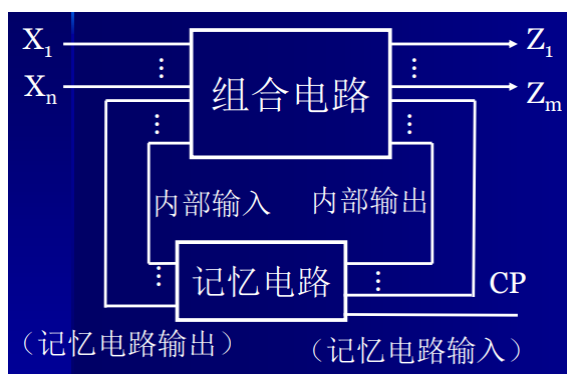
- 用D触发器转换成J-K触发器



3.2 同步时序电路的分析与设计方法

Synchronous Sequential Logic Circuit

时序电路的一般结构：



同步时序电路的分析工具：状态图 (State Diagram) , 状态表 (State Table)

同步时序电路：各触发器使用**同一个CP**；只有约定时钟到来，电路状态才能改变；一个脉冲只能改变一次状态

功能表：描述电路输入输出关系

现态 Q_n ：约定时钟跳变到来之前电路的状态

次态 Q_{n+1} ：约定时钟跳变到来之后电路的状态

状态表与状态图：反映输入与状态转换的关系

状态方程：状态转换的表达式

激励表：从现态转变到次态，对触发器激励的要求

• D触发器

D触发器简化功能表				激励表		
	D	Q_n	Q_{n+1}	Q_n	Q_{n+1}	D
	0	0	0	0	0	0
	0	1	0	0	1	1
	1	0	1	1	0	0
	1	1	1	1	1	1

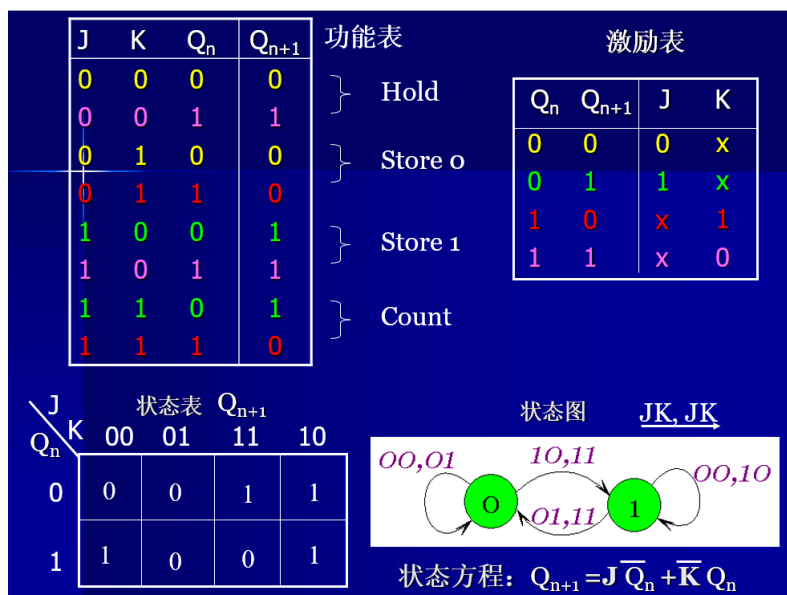
状态表 (Q_{n+1})		
$Q_n \backslash D$	0	1
0	0	1
1	0	1

状态图

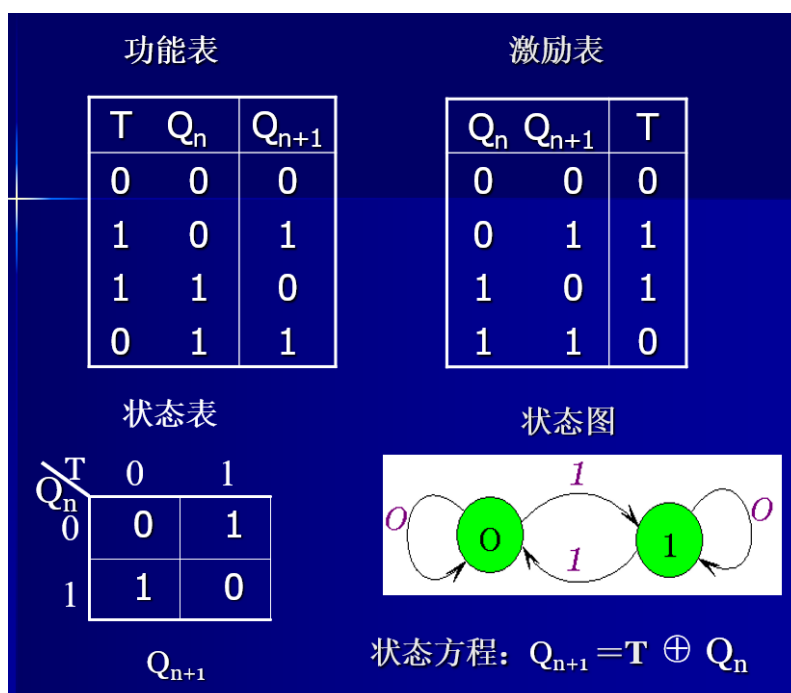
状态方程：

$$Q_{n+1} = D$$

• J-K触发器

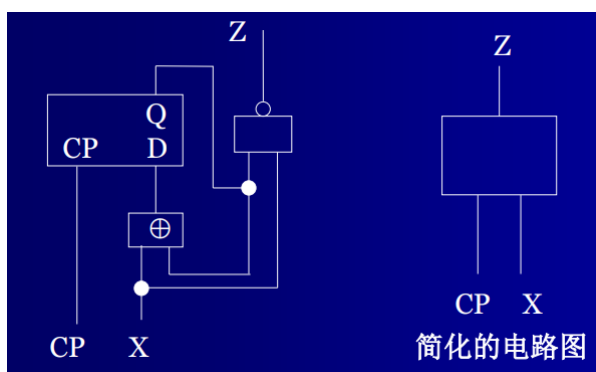


• T触发器



1. 同步时序电路的分析

Example:

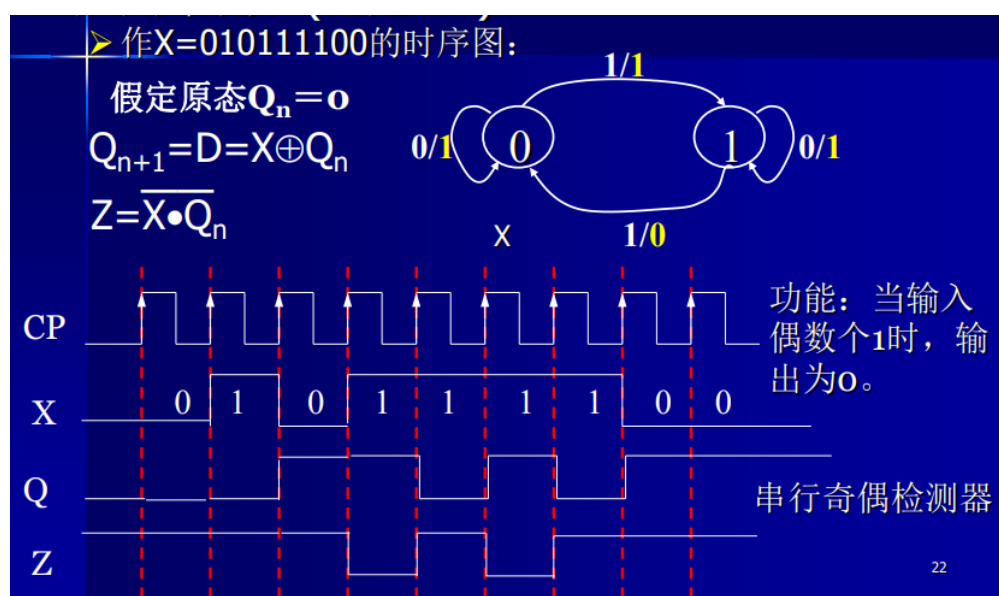


- 写出激励函数D表达式, 电路输出函数Z表达式
 $Q_{n+1} = D = X \oplus Q_n, Z = \overline{X} \cdot Q_n$
- 计算状态表, 假设初始状态 $Q_N = 0$

状态表				
X	Q_n	D	Q_{n+1}	Z
0	0	0	0	1
1	0	1	1	1
0	1	1	1	1
1	1	0	0	0

↑ ↑ ↑ ↑ ↑
 输入 现态 激励 次态 输出²⁰

- 画出状态图和时序图，假定原态 $Q_n = 0$



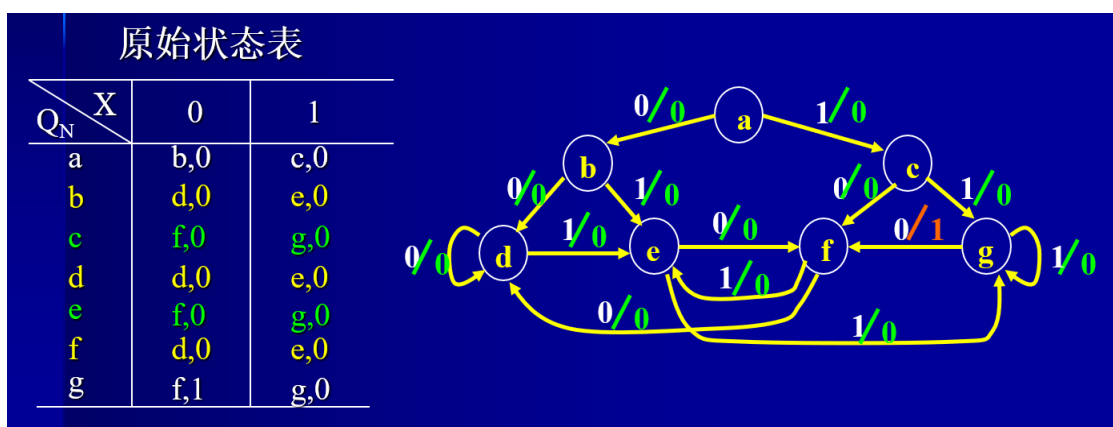
2. 同步时序电路的设计

文字描述 → 状态图 → 逻辑图

Example:

用与非门和D触发器设计一个同步时序逻辑电路，以检测输入信号序列是否为连续的110

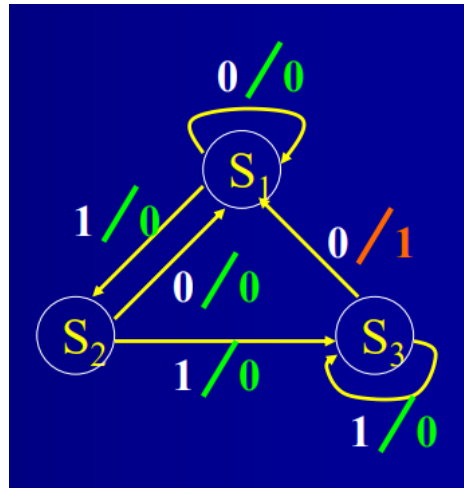
- 确定输入变量（ x ，一个二进制序列）和输出变量（ z ，检测信号）
- 做出原始状态表



根据分析做出中间状态表

$Q_N \setminus X$	0	1
a	$s_1, 0$	$s_2, 0$
s_1	$s_1, 0$	$s_2, 0$
s_2	$s_1, 0$	$g, 0$
g	$s_1, 1$	$g, 0$

3. 状态表化简 (如上图可以发现 a 和 s_1 可以合并) ——最简状态表



$Q_N \setminus X$	0	1
S_1	$S_1, 0$	$S_2, 0$
S_2	$S_1, 0$	$S_3, 0$
S_3	$S_1, 1$	$S_3, 0$

4. 状态分配: 给确定的状态 S_1, S_2, S_3 二进制编码

采用两个触发器的输出 Q_1, Q_2 实现, 分别用 00 ($\overline{Q_2} \overline{Q_1}$), 10 ($Q_2 \overline{Q_1}$), 11 ($Q_2 Q_1$) 表示三种状态

5. 求出激励函数和输出函数

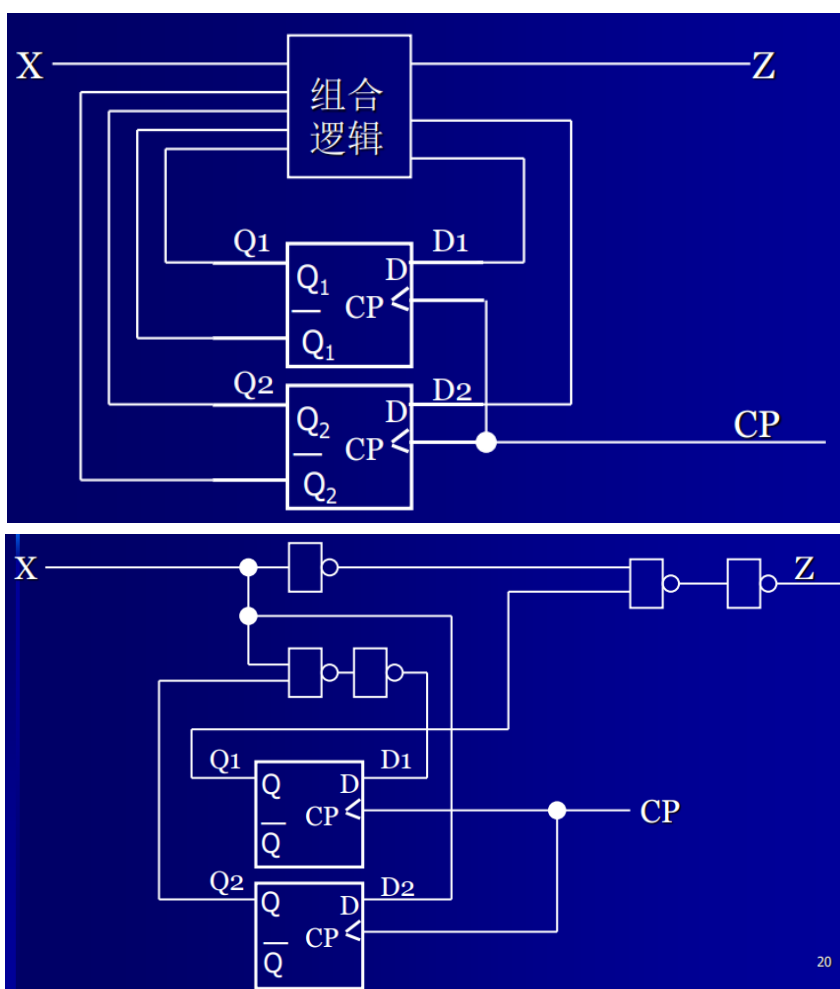
➤ 为了确定输出函数 Z 和激励函数 (D_1 和 D_2 的表达式), 需要利用编码状态给定现态和次态, 并利用 D 触发器的激励表, 找出输入 X 现态 Q_1, Q_2 与 D 的真值关系。设计一个组合逻辑电路。



X	Q_{2N}	Q_{1N}	$Q_{2(N+1)}$	$Q_{1(N+1)}$	D2	D1	Z
0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1	0
0	0	1	×	×	×	×	×
1	0	1	×	×	×	×	×

$D2=X, D1=XQ_{2N}, Z=\bar{X} Q_{1N}$

6. 画出逻辑图 (D触发器)



7. 改用J-K触发器进行设计

功能表				激励表			
J	K	Q_n	Q_{n+1}		Q_n	Q_{n+1}	J K
0	0	0	0	}	0	0	0 x
0	0	1	1		0	1	1 x
0	1	0	0	}	1	0	x 1
0	1	1	0		1	1	x 0
1	0	0	1	}			
1	0	1	1				
1	1	0	1	}			
1	1	1	0				

Hold

Store 0

Store 1

Count

22

X	Q_{2N}	Q_{1N}	$Q_{2(N+1)}$	$Q_{1(N+1)}$	J ₂	K ₂	J ₁	K ₁	Z
0	0	0	0	0	0	x	0	x	0
0	1	0	0	0	x	1	0	x	0
0	1	1	0	0	x	1	x	1	1
1	0	0	1	0	1	x	0	x	0
1	1	0	1	1	x	0	1	x	0
1	1	1	1	1	x	0	x	0	0
0	0	1	x	x	x	x	x	x	x
1	0	1	x	x	x	x	x	x	x

$J_2 = X, K_2 = \bar{X}$
 $J_1 = XQ_{2N}, K_1 = \bar{X}$
 $Z = \bar{X} Q_{1N}$

23

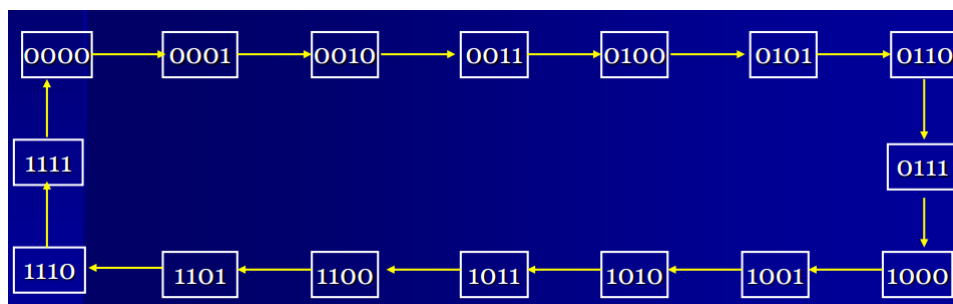
3.3 计数器

功能: 对CP脉冲计数, 一个脉冲变化一次状态

分类: 同步计数器+异步计数器, 加法计数器+减法计数器+可逆计数器, 进制计数器, 环形计数器、扭环计数器.....

1. 同步二进制计数器设计

- 画出状态图和状态表



N	Q_{3n}	Q_{2n}	Q_{1n}	Q_{0n}	Q_{3N+1}	Q_{2N+1}	Q_{1N+1}	Q_{0N+1}
0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0	0	1	1
3	0	0	1	1	0	1	0	0
4	0	1	0	0	0	1	0	1
5	0	1	0	1	0	1	1	0
6	0	1	1	0	0	1	1	1
7	0	1	1	1	1	0	0	0
8	1	0	0	0	1	0	0	1
9	1	0	0	1	1	0	1	0
10	1	0	1	0	1	0	1	1
11	1	0	1	1	1	1	0	0
12	1	1	0	0	1	1	0	1
13	1	1	0	1	1	1	1	0
14	1	1	1	0	1	1	1	1
15	1	1	1	1	0	0	0	0

- 利用状态表求次态表达式

		$Q_{3(N+1)} Q_{2(N+1)} Q_{1(N+1)} Q_{0(N+1)}$			
$Q_{3n} Q_{2n}$	$Q_{1n} Q_{0n}$	00	01	11	10
00		0001	0010	0100	0011
01		0101	0110	1000	0111
11		1101	1110	0000	1111
10		1001	1010	1100	1011

		$Q_{0(n+1)}$			
$Q_{3n} Q_{2n}$	$Q_{1n} Q_{0n}$	00	01	11	10
00		1	0	0	1
01		1	0	0	1
11		1	0	0	1
10		1	0	0	1

$Q_{0(n+1)} = \overline{Q_{0n}}$

		$Q_{1(n+1)}$			
$Q_{3n} Q_{2n}$	$Q_{1n} Q_{0n}$	00	01	11	10
00		0	1	0	1
01		0	1	0	1
11		0	1	0	1
10		0	1	0	1

$Q_{1(n+1)} = Q_{1n} \oplus Q_{0n}$

		$Q_{2(n+1)}$			
$Q_{3n} Q_{2n}$	$Q_{1n} Q_{0n}$	00	01	11	10
00		0	0	1	0
01		1	1	0	1
11		1	1	0	1
10		0	0	1	0

$Q_{2(n+1)} = Q_{2n} \oplus Q_{1n} Q_{0n}$

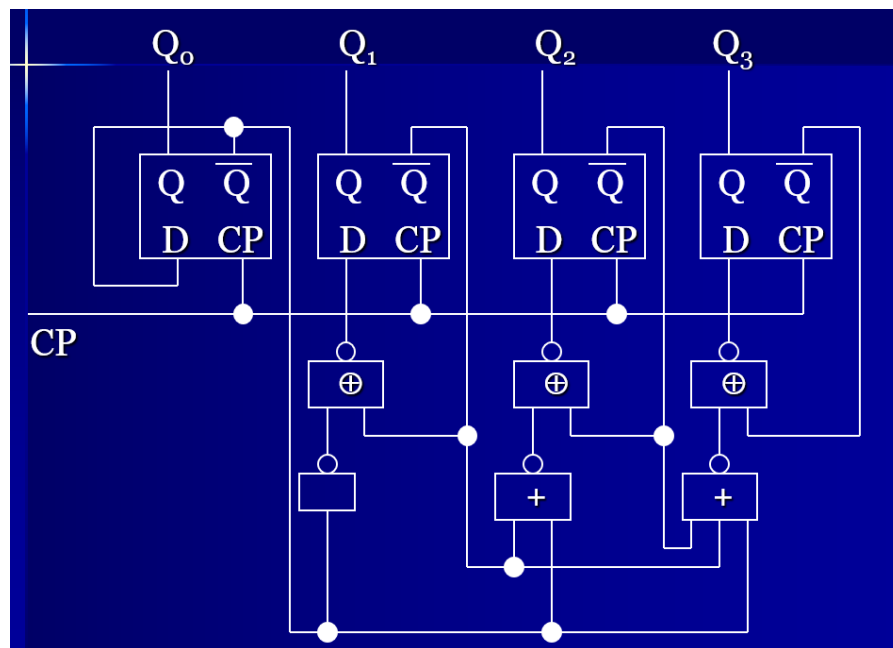
		$Q_{3(n+1)}$			
$Q_{3n} Q_{2n}$	$Q_{1n} Q_{0n}$	00	01	11	10
00		0	0	0	0
01		0	0	1	0
11		1	1	0	1
10		1	1	1	1

$Q_{3(n+1)} = Q_{3n} \oplus Q_{2n} Q_{1n} Q_{0n}$

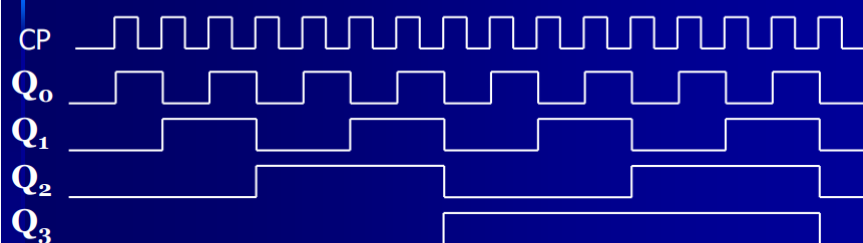
- 求激励函数表达式 (D触发器)

状态方程	激励函数的原理表达式	激励函数的实用表达式
$Q_{0(n+1)} = \overline{Q_{0n}}$	$D_0 = \overline{Q_{0n}}$	$D_0 = \overline{Q_{0n}}$
$Q_{1(n+1)} = Q_{1n} \oplus Q_{0n}$	$D_1 = Q_{1n} \oplus Q_{0n}$	$D_1 = \overline{\overline{Q_{0n}} \oplus \overline{Q_{1n}}}$
$Q_{2(n+1)} = Q_{2n} \oplus Q_{1n} Q_{0n}$	$D_2 = Q_{2n} \oplus Q_{1n} Q_{0n}$	$D_2 = \overline{\overline{Q_{0n}} + \overline{Q_{1n}} \oplus \overline{Q_{2n}}}$
$Q_{3(n+1)} = Q_{3n} \oplus Q_{2n} Q_{1n} Q_{0n}$	$D_3 = Q_{3n} \oplus Q_{2n} Q_{1n} Q_{0n}$	$D_3 = \overline{\overline{Q_{0n}} + \overline{Q_{1n}} + \overline{Q_{2n}} \oplus \overline{Q_{3n}}}$

- 画出逻辑图和波形图，并进行分析



计数器波形图



从波形上分析，若CP脉冲的频率为 f_0 ，则 $Q_3Q_2Q_1Q_0$ 的输出分别为 f_0 的 $1/2$ 、 $1/4$ 、 $1/8$ 和 $1/16$ ，这就是计数器的分频功能，也叫“分频器”。 Q_0 是二分频， Q_1 是四分频等。

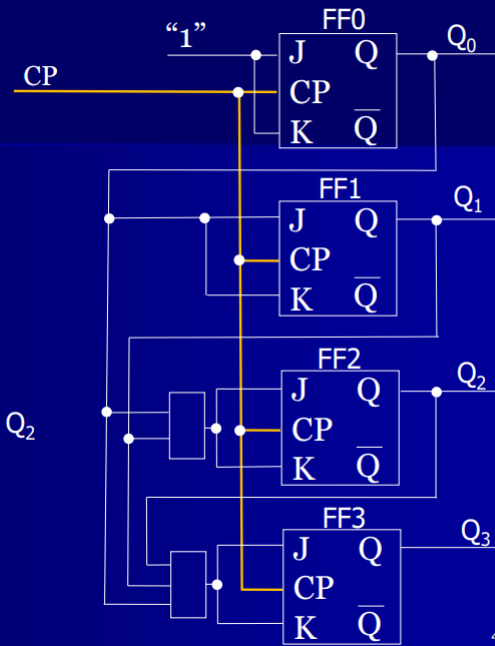
38

- 改用J-K触发器设计

● 用JK触发器实现四位二进制计数器的原理图

$$J_0 = K_0 = 1 \quad J_1 = K_1 = Q_0$$

$$J_2 = K_2 = Q_0 Q_1 \quad J_3 = K_3 = Q_0 Q_1 Q_2$$



44

2. 十进制计数器设计

- D触发器

$Q_3 Q_2$ \ $Q_1 Q_0$	00	01	11	10
00	0001	0010	0100	0011
01	0101	0110	1000	0111
11	X	X	X	X
10	1001	0000	X	X

$$Q_{3(N+1)} Q_{2(N+1)} Q_{1(N+1)} Q_{0(N+1)}$$

$$(D_3 D_2 D_1 D_0)$$

$$D_0 = \overline{Q_{0n}}$$

$$D_1 = \overline{\overline{Q_{0n}} \oplus \overline{Q_{1n}} (\overline{Q_0} + \overline{Q_3})}$$

$$D_2 = \overline{\overline{Q_{0n}} + \overline{Q_{1n}} \oplus \overline{Q_{2n}}}$$

$$D_3 = \overline{\overline{\overline{Q_{0n}} + \overline{Q_{1n}} + \overline{Q_{2n}} \oplus \overline{Q_{3n}}} (\overline{Q_0} + \overline{Q_3})}$$

问题：有可能不能自启动（解决方法：将X变为确定的状态）

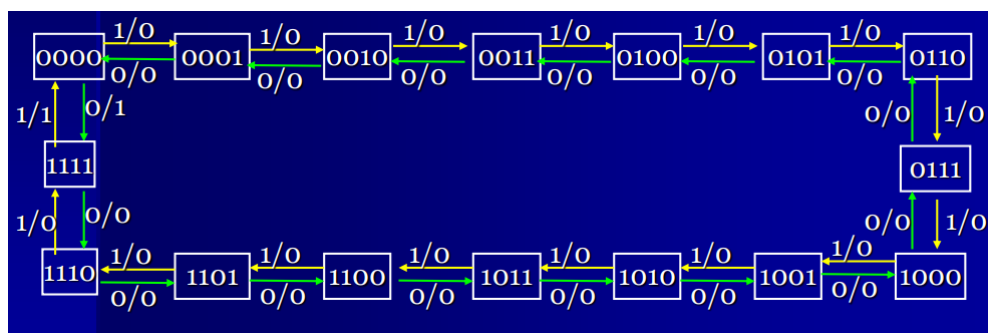
3. 可逆计数器设计

分类：单时钟可逆计数器和双时钟可逆计数器

用D触发器设计单时钟四位二进制可逆计数器：

X=1，正项计数，计满1111时进位Z=1

X=0，逆向计数，计满0000时借位Z=1



- 激励设计

正向计数 ($X=1$)
时的激励方程

$$D_0 = \overline{Q_{0n}}$$

$$D_1 = Q_{1n} \oplus Q_{0n}$$

$$D_2 = Q_{2n} \oplus Q_{1n} Q_{0n}$$

$$D_3 = Q_{3n} \oplus Q_{2n} Q_{1n} Q_{0n}$$

逆向计数 ($X=0$)
时的激励方程

$$D_0 = \overline{Q_{0n}}$$

$$D_1 = Q_{1n} \oplus \overline{Q_{0n}}$$

$$D_2 = Q_{2n} \oplus \overline{Q_{1n}} \overline{Q_{0n}}$$

$$D_3 = Q_{3n} \oplus \overline{Q_{2n}} \overline{Q_{1n}} \overline{Q_{0n}}$$

综合这两组方程, 可得可逆二进制计数器激励方程的原理表达式:

$$D_0 = \overline{Q_{0n}}$$

$$D_1 = X(Q_{1n} \oplus Q_{0n}) + \overline{X}(Q_{1n} \oplus \overline{Q_{0n}})$$

$$D_2 = X(Q_{2n} \oplus Q_{1n} Q_{0n}) + \overline{X}(Q_{2n} \oplus \overline{Q_{1n}} \overline{Q_{0n}})$$

$$D_3 = X(Q_{3n} \oplus Q_{2n} Q_{1n} Q_{0n}) + \overline{X}(Q_{3n} \oplus \overline{Q_{2n}} \overline{Q_{1n}} \overline{Q_{0n}})$$

进位 / 借位设计:

$X=1$, 正向计数, 计满**1111**时, 进位 **$Z=1$** ;
 $X=0$, 逆向计数, 计满**0000**时, 借位 **$Z=1$** 。
所以:

$$Z = X Q_{3n} Q_{2n} Q_{1n} Q_{0n} + \overline{X} \overline{Q_{3n}} \overline{Q_{2n}} \overline{Q_{1n}} \overline{Q_{0n}}$$

3.4 集成化的4位二进制计数器

4位二进制计数器的状态方程和激励函数:

状态方程:

$$Q_{0,n+1} = \overline{Q_{0,n}}$$

$$Q_{1,n+1} = Q_{1,n} \oplus Q_{0,n}$$

$$Q_{2,n+1} = Q_{2,n} \oplus Q_{1,n} Q_{0,n}$$

$$Q_{3,n+1} = Q_{3,n} \oplus Q_{2,n} Q_{1,n} Q_{0,n}$$

激励函数的原理表达式:

$$D_{0,n+1} = \overline{Q_{0,n}}$$

$$D_{1,n+1} = Q_{1,n} \oplus Q_{0,n}$$

$$D_{2,n+1} = Q_{2,n} \oplus Q_{1,n} Q_{0,n}$$

$$D_{3,n+1} = Q_{3,n} \oplus Q_{2,n} Q_{1,n} Q_{0,n}$$

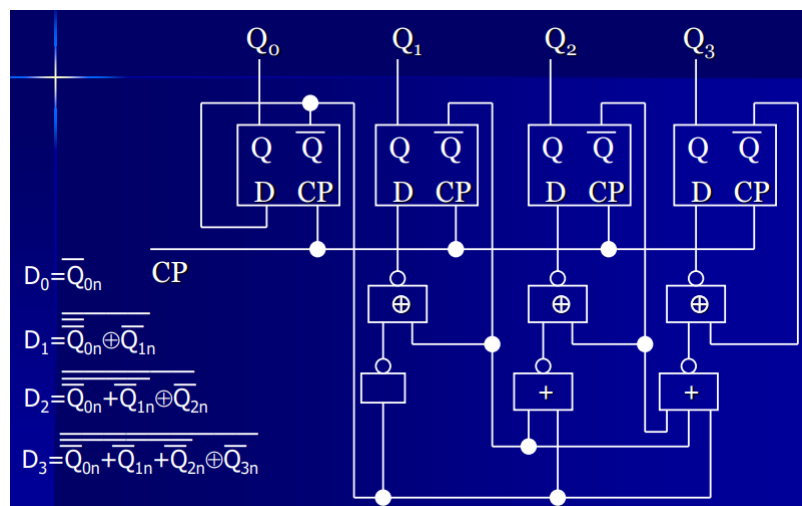
激励函数的使用表达式:

$$D_{0,n+1} = \overline{Q_{0,n}}$$

$$D_{1,n+1} = \overline{\overline{Q_{0,n}} \oplus \overline{Q_{0,n}}}$$

$$D_{2,n+1} = \overline{\overline{Q_{0,n}} + \overline{Q_{1,n}} \oplus \overline{Q_{2,n}}}$$

$$D_{3,n+1} = \overline{\overline{\overline{Q_{0,n}} + \overline{Q_{1,n}} + \overline{Q_{2,n}} \oplus \overline{Q_{3,n}}}}$$



• 集成化的计数器具有的基本功能

同步 / 异步清零：初始化

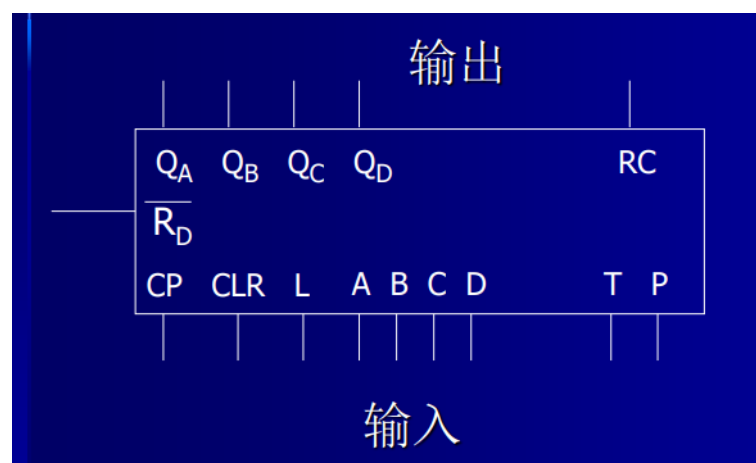
同步置数：开始计数的初值

计数：正常工作

保持：计数到某个特定的计数值保持

扩展性：相同的计数器级连更多位数的计数器

进位传递：扩展时进位传递到高位片



RC : 进位输出

R_D : 异步清零

CLR : 同步清零

L : 同步置数, 置为 $ABCD$

T, P : 用于进位传递和拓展, 计数使能端

➤ 用负边沿D触发器构成的4位二进制计数器

R_D	CLR	L	T	P	CP	功能
0	X	X	X	X	X	清零(异步)
1	0	X	X	X	↓	清零(同步)
1	1	0	X	X	↓	Load(并行数据输入)
1	1	1	1	1	↓	Count(计数)
1	1	1	0	X	X	FF Hold, $RC=0$
1	1	1	1	0	X	Hold(保持)

1. 异步清零

用 $\overline{R_D}$ 进行异步置零：触发器提供的异步清零方式
在输出用组合逻辑，如 $\overline{R_d} \cdot Q$ ，这种方法并不本质，要慎重

2. 同步清零

激励函数的原理表达式：

$$\begin{aligned}D_A &= CLR \cdot \overline{Q_A} \\D_B &= CLR \cdot (Q_B \oplus Q_A) \\D_C &= CLR \cdot (Q_C \oplus Q_B Q_A) \\D_D &= CLR \cdot (Q_D \oplus Q_C Q_B Q_A)\end{aligned}$$

3. 并行置数

L (Load)

当 $L=0$ 时，触发器接收已准备好的数据A~D

当 $L=1$ 时，触发器接收进位信号（原激励不变）

从本质上来看，用 L 对激励做数据选择（二选一）：

激励函数的原理表达式：

$$\begin{aligned}D_A &= CLR \cdot (\overline{L} \cdot A + L \cdot \overline{Q_A}) \\D_B &= CLR \cdot (\overline{L} \cdot B + L \cdot (Q_B \oplus Q_A)) \\D_C &= CLR \cdot (\overline{L} \cdot C + L \cdot (Q_C \oplus Q_B Q_C)) \\D_D &= CLR \cdot (\overline{L} \cdot D + L \cdot (Q_D \oplus Q_C Q_B Q_A))\end{aligned}$$

4. 扩展功能

基本方法

扩展应用：多片计数器扩展

扩展规则：① 低位片未计满，则高位片不能计数；② 低位片计满后来CP，两片一起动

设置进位标志： RC (Ripple Carry)

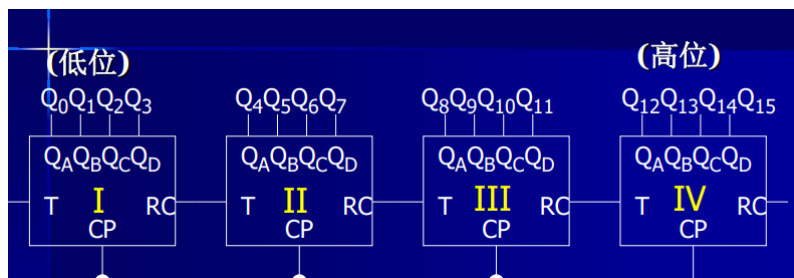
二进制计数器： $RC = Q_A Q_B Q_C Q_D$

十进制计数器： $RC = Q_A Q_B \overline{Q_C} Q_D$

允许（禁止）端：

T (Trickle)：串行控制；当 $T=0$ 时，触发器保持；当 $T=1$ 时，允许计数

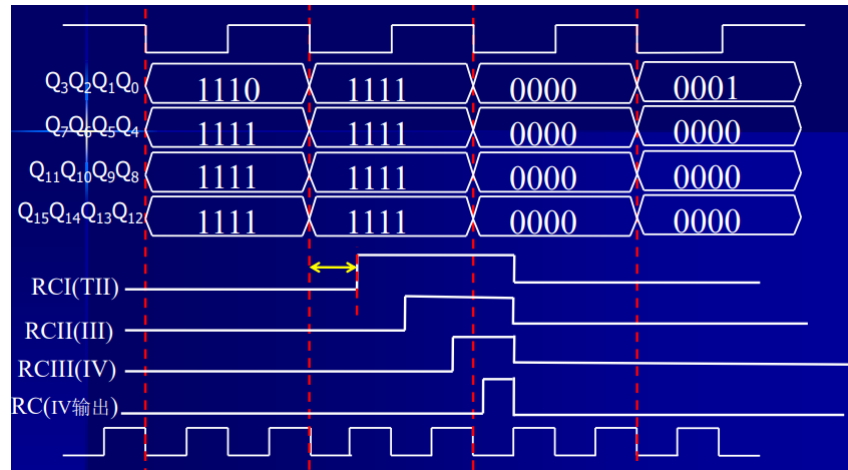
P (Parallel)：并行控制



激励函数的原理表达式：

$$\begin{aligned}D_A &= CLR \cdot (\overline{L} \cdot A + L \cdot (\overline{T} \cdot Q_A + T \cdot \overline{Q_A})) \\D_B &= CLR \cdot (\overline{L} \cdot B + L \cdot (\overline{T} \cdot Q_B + T \cdot (Q_B \oplus Q_A))) \\D_C &= CLR \cdot (\overline{L} \cdot C + L \cdot (\overline{T} \cdot Q_C + T \cdot (Q_C \oplus Q_B Q_C))) \\D_D &= CLR \cdot (\overline{L} \cdot D + L \cdot (\overline{T} \cdot Q_D + T \cdot (Q_D \oplus Q_C Q_B Q_A))) \\RC &= Q_D Q_C Q_B Q_A T\end{aligned}$$

问题：片间进位信号 RC 逐片传递，造成计数频率不能很高



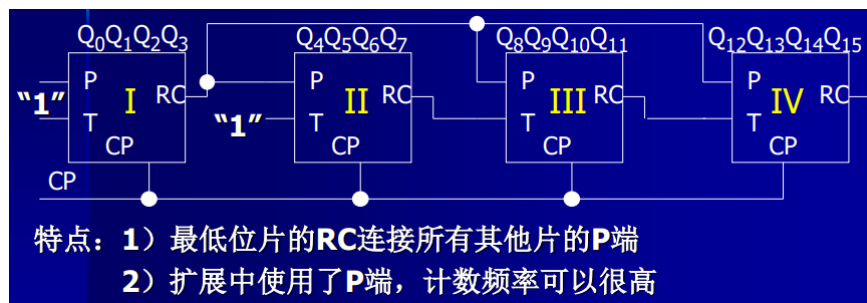
该图中，再扩展一片，就不行了

快速扩展

分析产生进位的条件：

- 1 当所有低位片的输出都为“1111”且在来一个约定时钟时，本片才计数一次。
- 2 要想大家同时进位，计数器需要再增加一个控制端 P ，配合 T 一齐使用，只有当 $P = 1$ 且 $T = 1$ 时，本片才进位。
- 3 最低位片的 RC 和 P 相连，当最低位片有进位且本片的上一个 RC 也为1时，本片进位。

换言之，仅低12位 = 1即可满足最高位片 $RC = 1$



T 、 P 有一个是0时，触发器保持；

$T = P = 1$ 时，才允许计数

激励函数的原理表达式：

$$D_A = CLR \cdot (\bar{L} \cdot A + L \cdot (\overline{T \cdot P} \cdot Q_A + T \cdot P \cdot \overline{Q_A}))$$

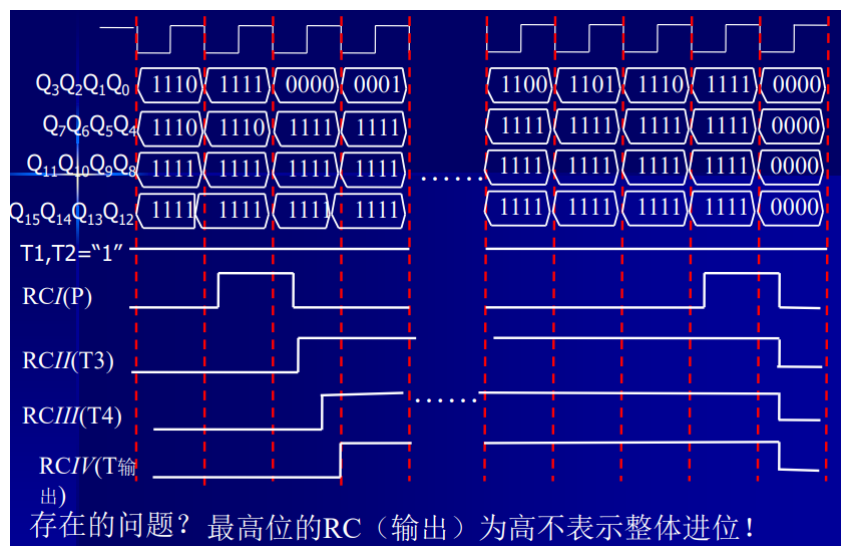
$$D_B = CLR \cdot (\bar{L} \cdot B + L \cdot (\overline{T \cdot P} \cdot Q_B + T \cdot P \cdot (Q_B \oplus Q_A)))$$

$$D_C = CLR \cdot (\bar{L} \cdot C + L \cdot (\overline{T \cdot P} \cdot Q_C + T \cdot P \cdot (Q_C \oplus Q_B \oplus Q_A)))$$

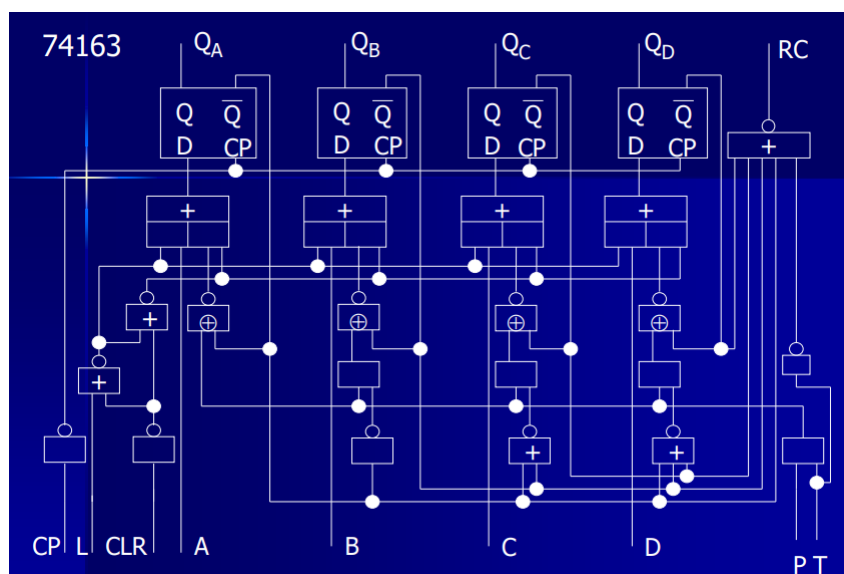
$$D_D = CLR \cdot (\bar{L} \cdot D + L \cdot (\overline{T \cdot P} \cdot Q_D + T \cdot P \cdot (Q_D \oplus Q_C \oplus Q_B \oplus Q_A)))$$

$$RC = Q_D Q_C Q_B Q_A T$$

问题：



5. 74163 逻辑图



6. 脉冲序列信号发生器的设计

设计脉冲序列信号发生器：101001 101001 101001...

(三种设计方式：74163, D/JK触发器, 循环移位方式)

- 循环移位

选用三位触发器设计

1 0 1 0 0 1 1 0 1

Q_{2n}	Q_{1n}	Q_{0n}	$Q_{2(n+1)}$	$Q_{1(n+1)}$	$Q_{0(n+1)}$
1	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	1
0	1	1	1	1	0
1	1	0	1	0	1

无重复状态，可以设计

$$Q_{2(n+1)} = Q_{1n}$$

$$Q_{1(n+1)} = Q_{0n}$$

$$Q_{0(n+1)} = \overline{Q_{2n}} \overline{Q_{1n}} + Q_{2n} \overline{Q_{0n}}$$

3.5 寄存器

在计算机中用于存储指令、数据、运算结果

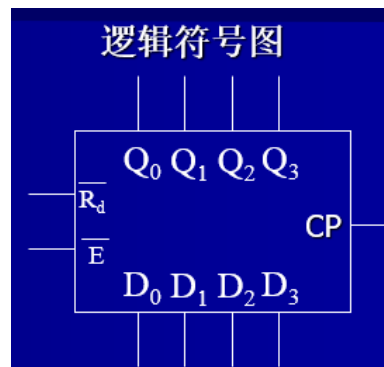
寄存器的数量多少，是计算机结构的重要区别之一

外存、内存、缓存、寄存四类中，寄存器速度最快，但容量最小

1. 基本寄存器

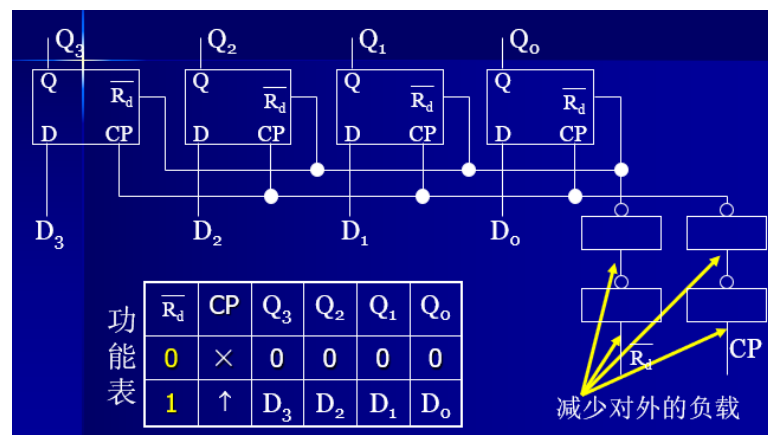
写、存、读（用于计算加减乘除的结果）

$\overline{R_d} = 0$ 的时候异步置零， $\overline{R_d} = 1$ 的时候置数 ($Q_3 Q_2 Q_1 Q_0 = D_3 D_2 D_1 D_0$)



• 写：异步置零、置数

寄存器的基本功能是存储；如图为4个D触发器构成的寄存器



• 存：保持功能

用4D触发器构成的寄存器存在的问题：数据撤销，输出不能保持数据。

设计具有保持（Hold）功能的4D寄存器：

功能表

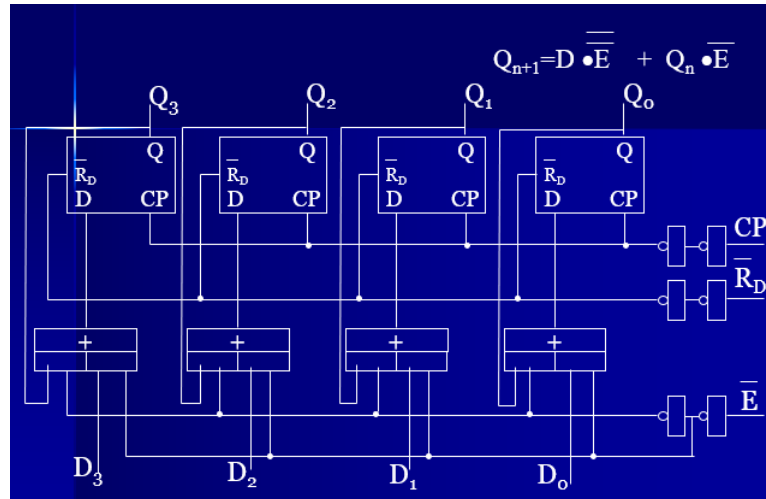
$\overline{R_d}$	$\overline{E}$	CP	D	Q_{n+1}
0	X	X	X	0
1	0	↑	D	D
1	1	↑	X	Q_n

异步置零

置数 (Store)

保持 (Hold)

$$Q_{n+1} = D \cdot \overline{\overline{E}} + Q_n \cdot \overline{E}$$



选择功能 (每个输出是两个输入之一, 需要对输入进行控制) :

$\overline{R_d}$	$\overline{E}$	S	CP	Q		
0	X	X	X	0	异步置零	有些应用需 要对输出进 行控制, 如 何设计?
1	0	0	↑	D_A	Store A	
1	0	1	↑	D_B	Store B	
1	1	X	↑	Hold	Hold	

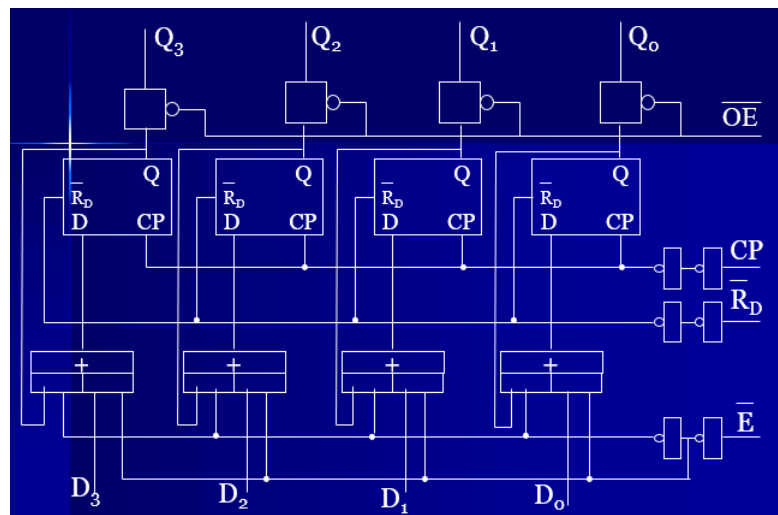
$$Q_{n+1} = D_A \cdot \overline{S} \cdot \overline{\overline{E}} + D_B \cdot S \cdot \overline{\overline{E}} + Q_n \cdot \overline{E}$$

• 读: 输入输出使能

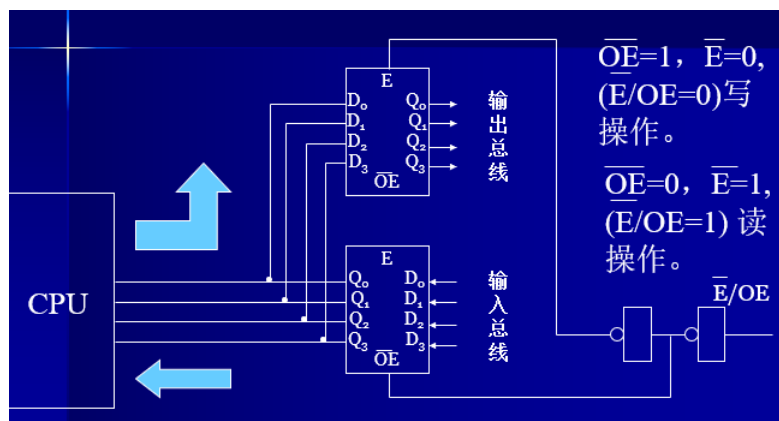
使用使能端 $\overline{OE}$: $\overline{OE} = 1$ (高阻态) 表示伴随关系 (即多个输出通过三态门接在一起, 只能有一个输出为 1)

$\overline{R_d}$	$\overline{E}$	CP	D	$\overline{OE}$	Q
0	X	X	X	X	0
1	1	↑	X	0	Q_n
1	0	↑	D	0	D
1	X	X	X	1	Z

➤ 实现有控制的输入和输出



应用举例：用有输入输出使能的4D寄存器组成双向总线寄存器

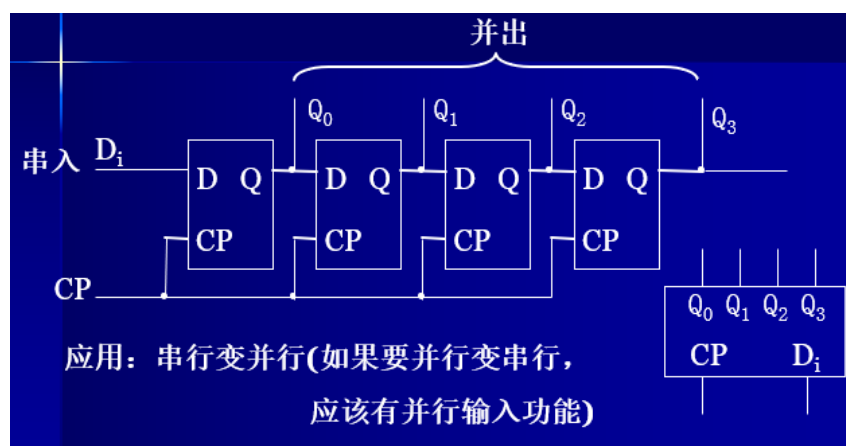


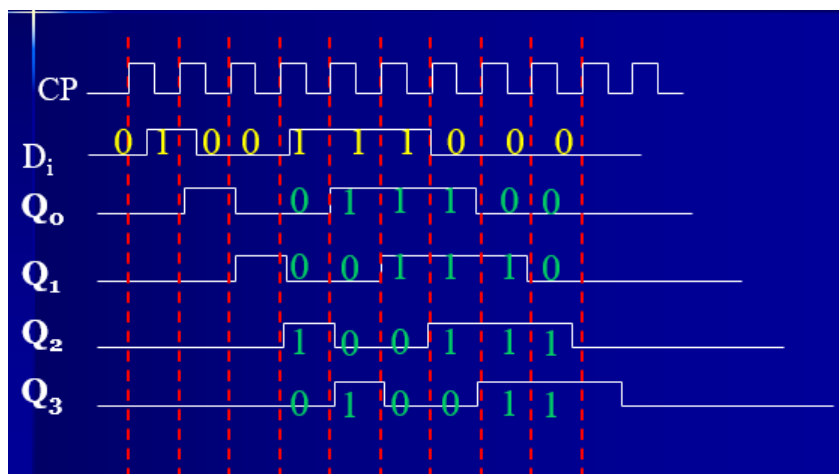
2. 移位寄存器

移位寄存器定义：具有移位功能的寄存器。

设计移位寄存器的要求：每来一个时钟脉冲（移位命令），寄存器中的数据就顺序左（右）移动一位，所以必须采用边沿触发器或主从触发器。

- 串入 / 并出的移位寄存器（右移）





每四个时钟周期读一次：0100 => 1110

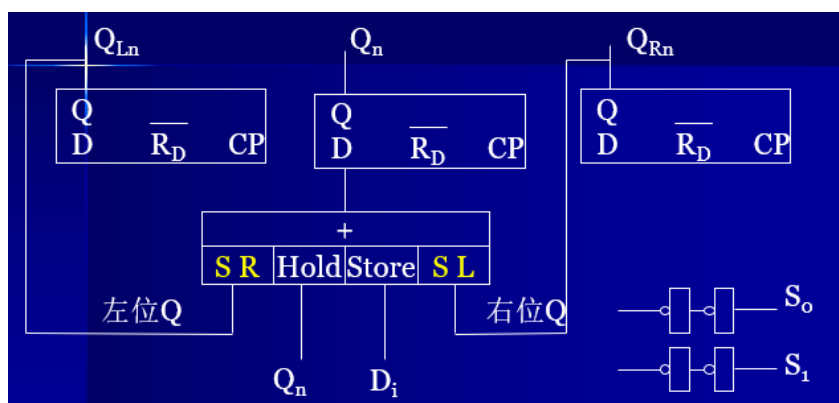
- **并入 / 并出的双向移位寄存器**

► 功能表:

$\overline{R_D}$	S_0	S_1	CP	功能(Q_{n+1})
0	X	X	X	置“0”
1	0	0	↑	Hold(Q_n)
1	1	0	↑	Shift Right(Q_{Ln})
1	0	1	↑	Shift Left(Q_{Rn})
1	1	1	↑	Load(Store)(D)

$$Q_{n+1} = \overline{S_0} \overline{S_1} Q_n + S_0 \overline{S_1} Q_{Ln} + \overline{S_0} S_1 Q_{Rn} + S_0 S_1 D$$

简化结构图:



集成化双向移位寄存器:

其中, D_r , D_L 表示右移 / 左移的补位数码或者循环, 下图是悬空的

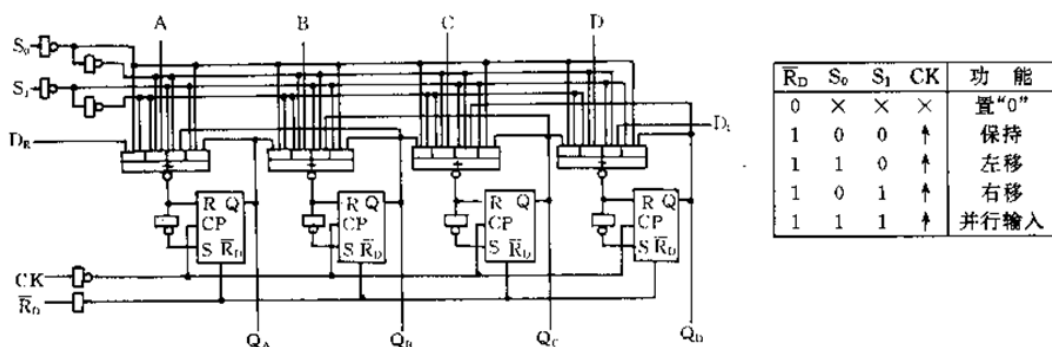
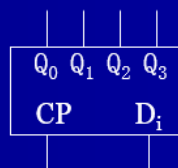


图 5-46 集成化双向移位寄存器之二

举例：用串入/并出的移位寄存器（右移）设计信号序列发生器，产生如下信号序列：101000,101000...

分析1: 由于串入/并出移位寄存器的每个输出信号序列相同, 差别只是输出的时间相差一个时钟周期。
 分析2: 根据题意, 每个输出产生的信号序列应为101000。根据信号序列确定移位寄存器的位数, 输出信号可以从任意一个输出得到。
 分析3: 可以根据每个输出产生的信号序列得到状态表和状态图。并根据状态表得到 D_i 的激励。
 分析4: 由于信号发生器需要自启动, 检查所有的状态是否已经被包含, 否则要进行自启动设计。



1. 确定移位寄存器的位数n

➤ 信号序列101000, 信号长度为 $m=6$

➤ 移位寄存器的位数n必须满足 $2^n \geq m$

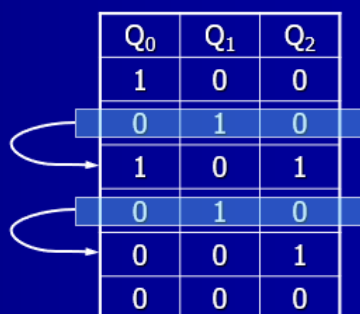
➤ 先取 $n=3$

➤ 状态中有两个相同状态010, 下一个状态分别为101和010。

➤ 在设计时会出现问题: 当前状态为010时, 下一个状态是101呢? 还是001?

➤ 解决方法: 增加移位寄存器位数对相同状态进行区分

简化的状态图



● 再取 $n=4$, 按照移位寄存器原理写出状态

	Q_0	Q_1	Q_2	Q_3
1	1	0	0	0
2	0	1	0	0
3	1	0	1	0
4	0	1	0	1
5	0	0	1	0
6	0	0	0	1

无相同状态

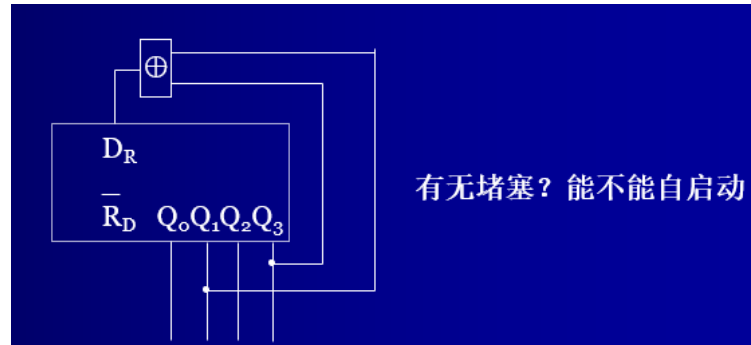
2. 设计 D_i : Q_0 的次态:

D_i 影响的是 Q_0 , 因此根据 Q_0 的次态确定 D_i 。

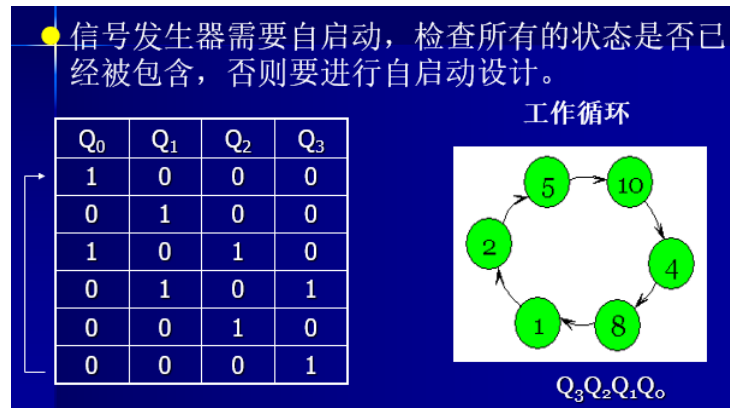
		Q_1				
		Q_0	00	01	11	10
Q_3	Q_2	00	×	0	×	1
	01	0	0	×	×	
	11	×	×	×	×	
	10	1	×	×	0	

$$D_i = Q_1 \overline{Q_3} + \overline{Q_1} Q_3 = Q_1 \oplus Q_3$$

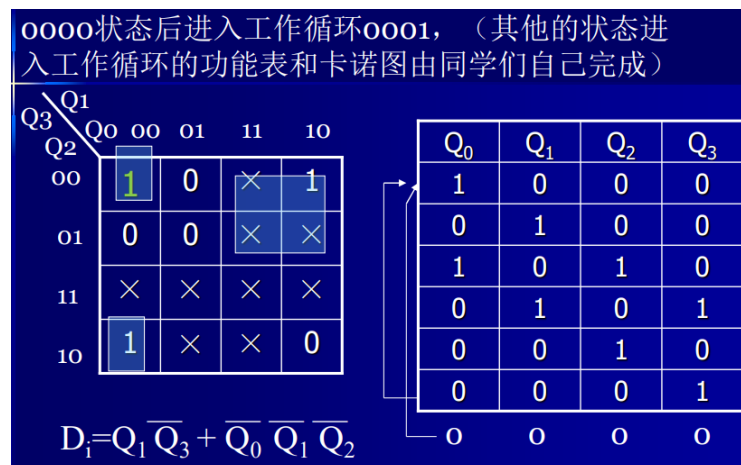
3. 得到逻辑图：



4. 检查是否可以自启动



这里的例子存在三个非工作循环，需要更改卡诺图中的×来进行改进



4 可编程逻辑电路

硬件描述语言（HDL）

可编程逻辑器件PLD (Programmable Logic Device)是一大类器件的总称，包括：

ROM (Read-Only Memory): 只读存储器（PROM：与阵列固定、或阵列可编程）

PLA (Programmable Logic Array): 可编程逻辑阵列（与、或阵列均可编程）

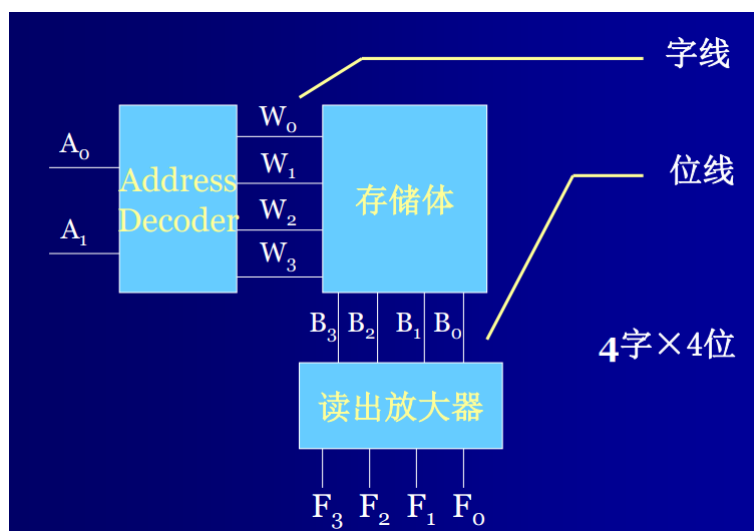
PAL (Programmable Array Logic): 可编程阵列逻辑（与阵列可编程，或阵列固定）

GAL (General Array Logic): 通用阵列逻辑

4.1 只读存储器 (ROM)

输入地址和存储信息——对应

与阵列是译码器，包括全部最小项，信息表完全

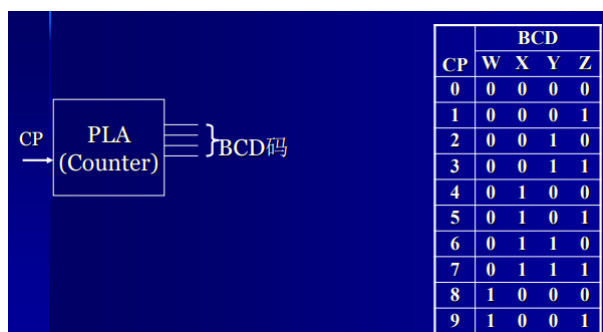


4.2 可编程逻辑阵列 (PLA)

为了提高芯片的利用率，与阵列不一定产生所有的最小项，只需产生逻辑函数所需的乘积项即可
与阵列可编：形成P项（不是最小项）；或阵列可编；一组地址可选中多个P项

PLA的容量表示：（输入数）×（P项数）×（输出数）

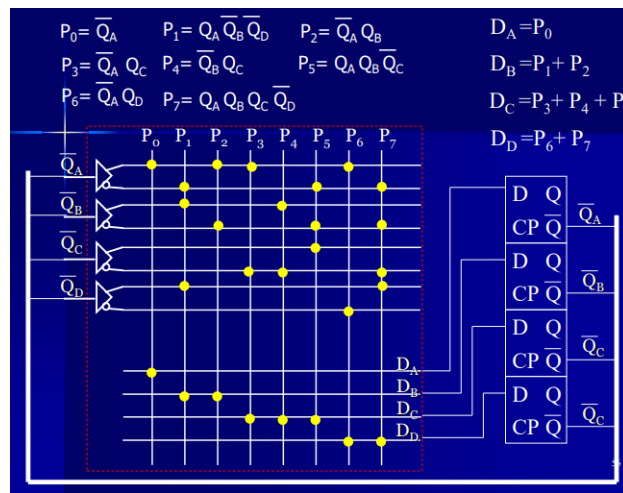
举例：用PLA和D触发器组成BCD计数器



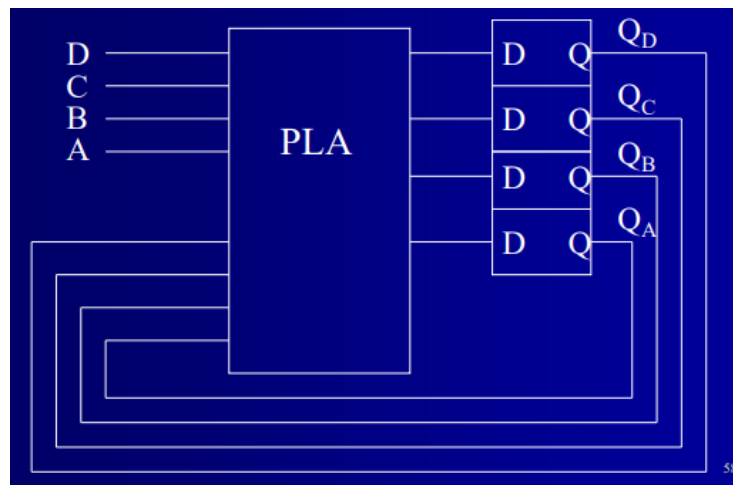
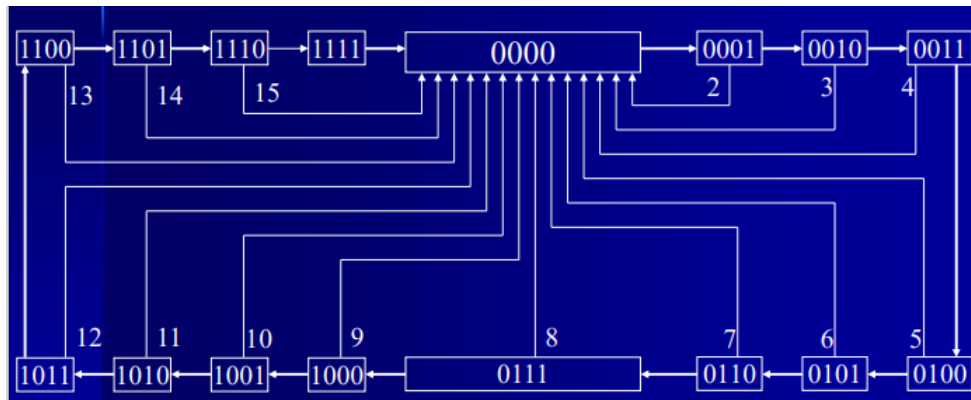
BCD计数器的激励函数：

$$\begin{aligned}
 D_A &= \overline{Q_A} &= P_0 \\
 D_B &= Q_A \overline{Q_B} \overline{Q_D} + \overline{Q_A} Q_B &= P_1 + P_2 \\
 D_C &= \overline{Q_A} Q_C + \overline{Q_B} Q_C + Q_A Q_B \overline{Q_C} &= P_3 + P_4 + P_5 \\
 D_D &= \overline{Q_A} Q_D + Q_A Q_B Q_C \overline{Q_D} &= P_6 + P_7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_0 &= \overline{Q_A} \\
 P_1 &= Q_A \overline{Q_B} \overline{Q_D} \\
 P_2 &= \overline{Q_A} Q_B \\
 P_3 &= \overline{Q_A} Q_C \\
 P_4 &= \overline{Q_B} Q_C \\
 P_5 &= Q_A Q_B \overline{Q_C} \\
 P_6 &= \overline{Q_A} Q_D \\
 P_7 &= Q_A Q_B Q_C \overline{Q_D}
 \end{aligned}$$



举例：用PLA实现4为可变模数计数器



4位可变模数计数器激励方程

$$D_A = \overline{Q_A}$$

$$D_B = Q_B \oplus Q_A$$

$$D_C = Q_C \oplus Q_B Q_A$$

$$D_D = Q_D \oplus Q_C Q_B Q_A$$

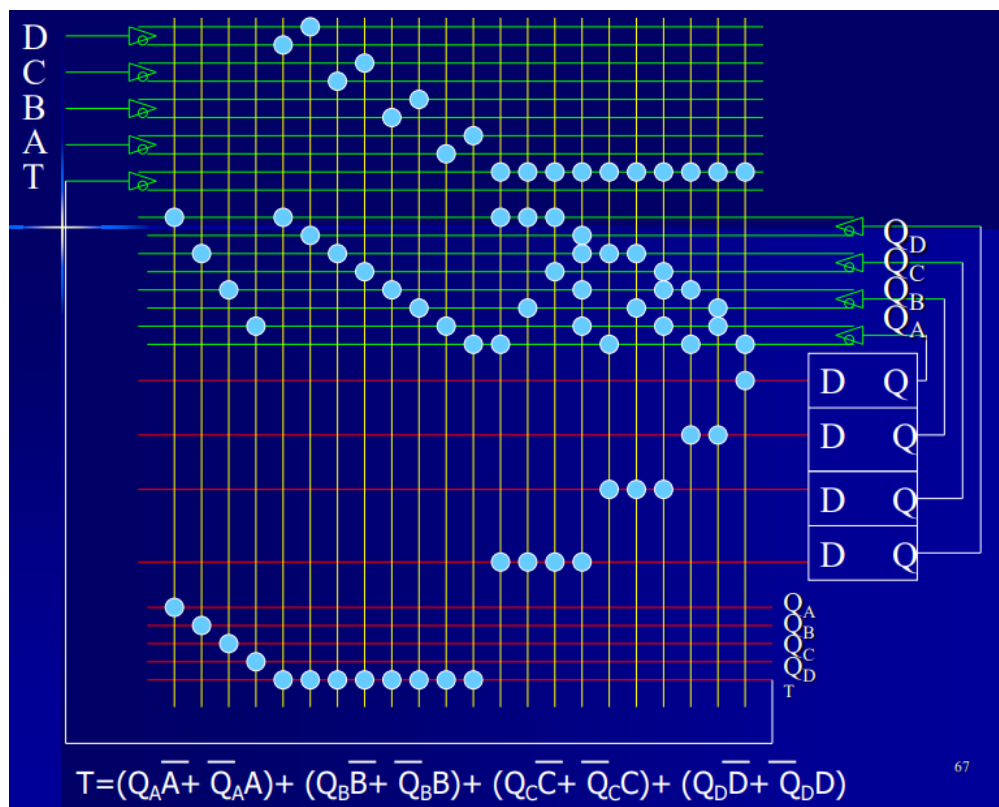
$$D_A = \overline{Q_A} T$$

$$D_B = (Q_B \oplus Q_A) T$$

$$D_C = (Q_C \oplus Q_B Q_A) T$$

$$D_D = (Q_D \oplus Q_C Q_B Q_A) T$$

$$T = (Q_A \oplus A) + (Q_B \oplus B) + (Q_C \oplus C) + (Q_D \oplus D)$$



4.3 可编程阵列逻辑 (PAL)

与阵列可编程、或阵列固定

PAL是专用词，MMI公司的产品

不同的芯片可实现不同的逻辑，有些PAL只能实现组合逻辑电路，有些只能实现时序逻辑电路。

工艺：简化工艺，降低成本（熔丝工艺，一次编程）

4.4 通用阵列逻辑 (GAL)

ROM、PLA、PAL共同存在的问题：不存在只用一种芯片，即可以实现组合逻辑电路，又可以实现时序逻辑电路；GAL是为解决这一问题而产生的芯片

工艺：电可擦除，多次编程（Lattice公司1985年专利）

结构：输出宏单元，更通用

与阵列可编程、或阵列固定

增加了输出控制（OLMC结构）、反馈结构、多次可编程、集成度提高

基本逻辑结构：输入、输出、与阵列、输出逻辑宏单元（OLMC）

1. 输出逻辑宏单元 / OLMC

（或阵列 + 触发器）的二选一